

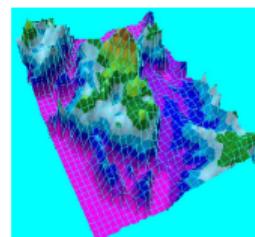
GEOESTADÍSTICA APLICADA

Tema: Caso de estudio Cu y Au

Martín A. Díaz Viera, Van Huong Le, Heber Hernández y Ricardo Casar González



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE MÉXICO
mdiazv@imp.mx



Contenido I

1 Análisis exploratorio de datos

- Análisis univariado de cobre
- Análisis univariado de oro
- Análisis bivariado

2 Análisis variográfico

- Datos de cobre sin transformar
- Datos de cobre con transformación logarítmica

3 Estimación espacial

- Estimación espacial univariada
- Estimación espacial conjunta

4 Simulación espacial

- Simulación Secuencial Gaussiana
- Estimación vs. Simulación

Introducción

Introducción

- El caso de estudio consiste en un conjunto de datos tomados de muestras de sondajes en tres dimensiones de una mina de cobre y oro, pero considerando el promedio en un intervalo en la vertical de 5 metros, para simplificar el ejemplo a dos dimensiones espaciales.
- Se considera el caso en 2D ya que permite de una manera práctica y simplificada mostrar la aplicación de la metodología sin pérdida de generalidad.
- La presentación imita el contenido del curso, y sirve de ilustración de la aplicación de la metodología Geoestadística a un caso de estudio para la Estimación de Recursos Mineros.
- A continuación se mostrará paso a paso cada una de las etapas de la metodología Geoestadística.

Análisis Exploratorio de Datos

Análisis univariado de cobre

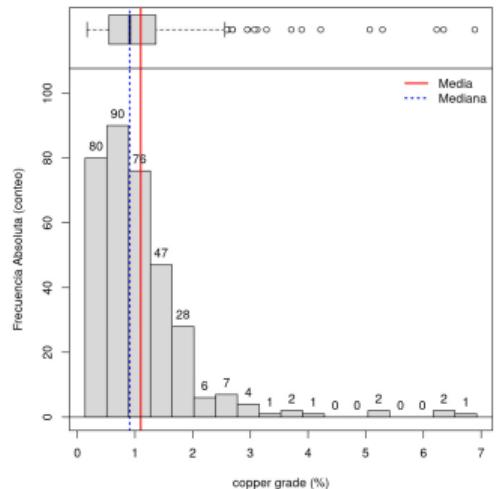


Figura 1: Datos de cobre sin transformar

Estadígrafo	Copper
Muestras	347
Mínimo	0.17
1º cuartil	0.55
Mediana	0.91
Media	1.10027
3º cuartil	1.3625
Máximo	6.89
Rango	6.72
Rango intercuartil	0.8125
Varianza	0.76863
Desviación estándar	0.87671
Simetría	3.112
Curtosis	17.12323

Tabla 1: Estadística básica.

Análisis univariado de cobre

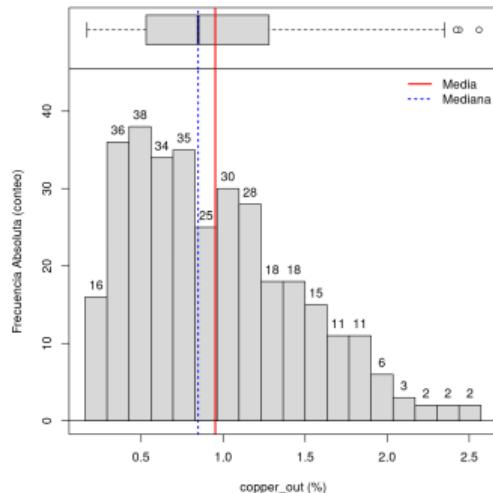


Figura 2: Datos de cobre sin outliers

Estadígrafo	Copper
Muestras	330
Mínimo	0.17
1º cuartil	0.5312
Mediana	0.8475
Media	0.9521
3º cuartil	1.28
Máximo	2.56
Rango	2.39
Rango intercuartil	0.7488
Varianza	0.2569
Desviación estándar	0.5069
Simetría	0.6959
Curtosis	2.8653

Tabla 2: Estadística básica.

Análisis univariado de cobre

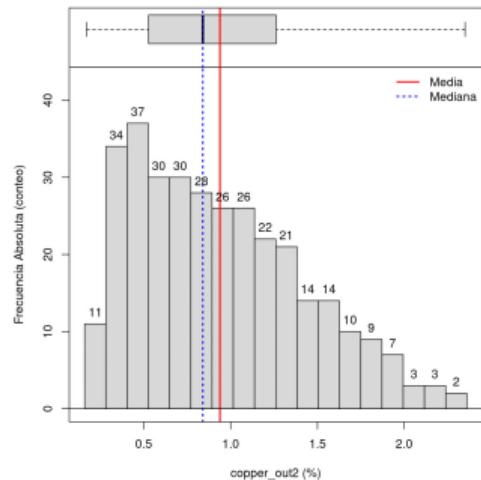
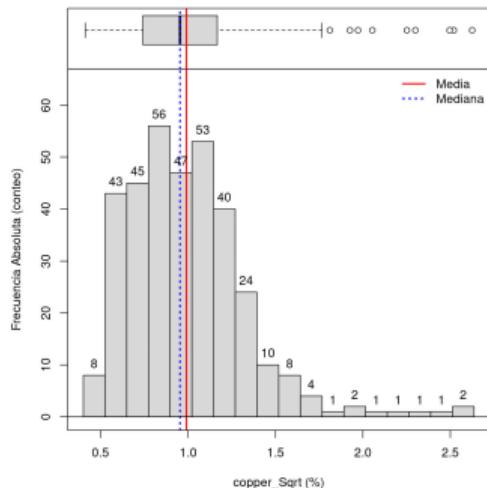


Figura 3: Datos de cobre sin outliers 2

Estadígrafo	copper_out 2
Muestras	327
Mínimo	0.17
1º cuartil	0.5275
Mediana	0.84
Media	0.9381
3º cuartil	1.2625
Máximo	2.35
Rango	2.18
Rango intercuartil	0.735
Varianza	0.2378
Desviación estándar	0.4876
Simetría	0.5936
Curtosis	2.5566

Tabla 3: Estadística básica.

Análisis univariado de cobre



Estadígrafo	copper_sqrt
Muestras	347
Mínimo	0.4123
1º cuartil	0.7416
Mediana	0.9539
Media	0.991
3º cuartil	1.1673
Máximo	2.6249
Rango	2.2126
Rango intercuartil	0.4256
Varianza	0.1184
Desviación estándar	0.3441
Simetría	1.3951
Curtosis	6.5932

Figura 4: Datos de cobre transformados:
Raíz cuadrada.

Tabla 4: Estadística básica.

Análisis univariado de cobre

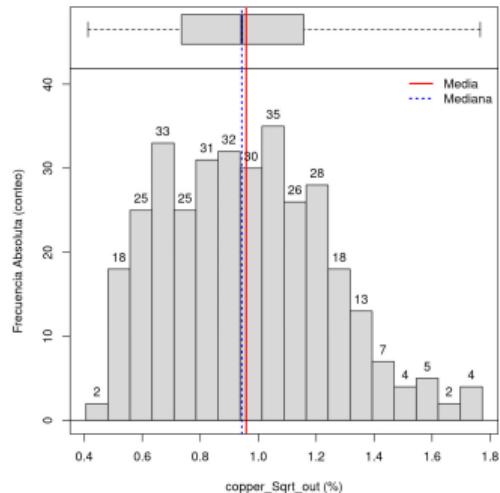


Figura 5: Datos de cobre transformados:
Raíz cuadrada y sin outliers.

Estadígrafo	copper_sqrt_out
Muestras	338
Mínimo	0.4123
1º cuartil	0.7365
Mediana	0.9434
Media	0.9584
3º cuartil	1.1576
Máximo	1.7664
Rango	1.354
Rango intercuartil	0.421
Varianza	0.0784
Desviación estándar	0.2799
Simetría	0.4254
Curtosis	2.689

Tabla 5: Estadística básica.

Análisis univariado de cobre

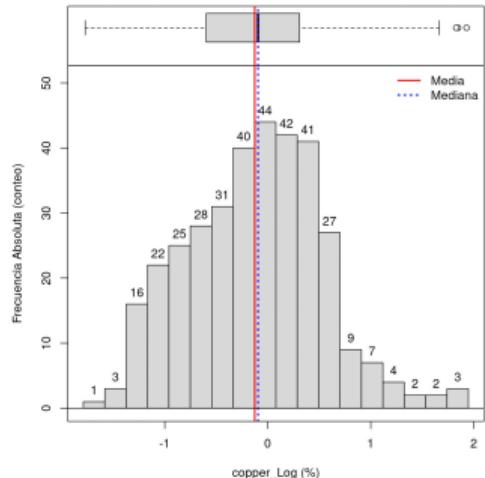


Figura 6: Datos de cobre transformados:
Logaritmo.

Estadígrafo	copper_Log
Muestras	347
Mínimo	-1.772
1º cuartil	-0.5978
Mediana	-0.0943
Media	-0.1263
3º cuartil	0.3093
Máximo	1.9301
Rango	3.702
Rango intercuartil	0.9072
Varianza	0.4255
Desviación estándar	0.6523
Simetría	0.1941
Curtosis	3.0172

Tabla 6: Estadística básica.

Análisis univariado de cobre

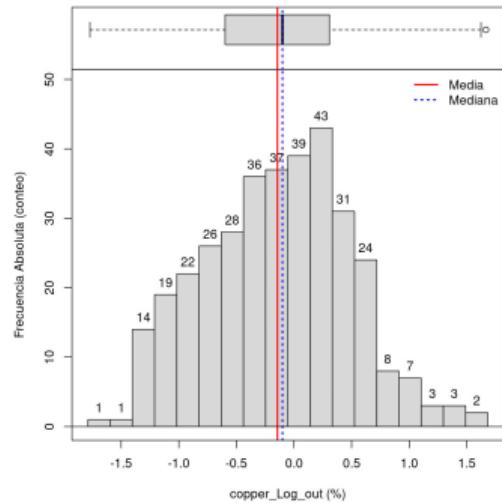


Figura 7: Datos de cobre transformados:
Logaritmo y sin outliers.

Estadígrafo	copper_Log_out
Muestras	344
Mínimo	-1.772
1º cuartil	-0.5978
Mediana	-0.0998
Media	-0.1437
3º cuartil	0.3075
Máximo	1.6658
Rango	3.4378
Rango intercuartil	0.9053
Varianza	0.394
Desviación estándar	0.6277
Simetría	0.0212
Curtosis	2.6476

Tabla 7: Estadística básica.

Análisis univariado de oro

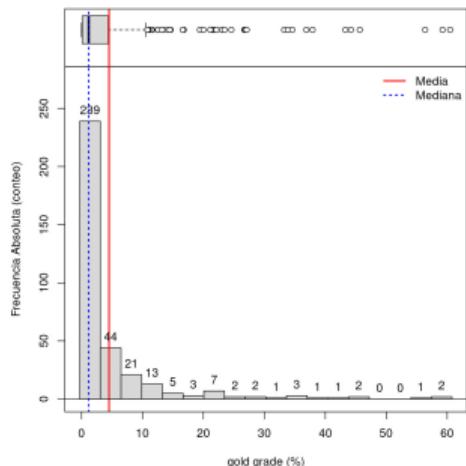


Figura 8: Datos de oro sin transformar.

Estadígrafo	gold
Muestras	347
Mínimo	0.0001
1º cuartil	0.1185
Mediana	1.1825
Media	4.5129
3º cuartil	4.3893
Máximo	60.479
Rango	60.4789
Rango intercuartil	4.2708
Varianza	80.9684
Desviación estándar	8.9982
Simetría	3.578
Curtosis	17.7141

Tabla 8: Estadística básica.

Análisis univariado de oro

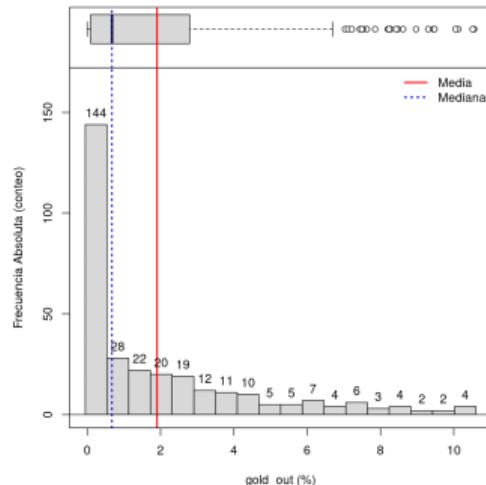
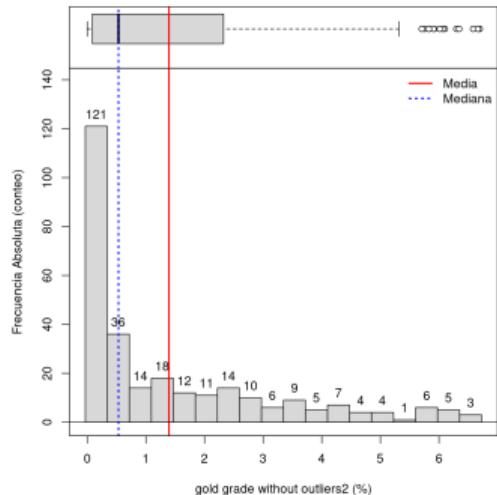


Figura 9: Datos de oro sin outliers.

Estadígrafo	gold out
Muestras	308
Mínimo	0.0001
1º cuartil	0.0948
Mediana	0.6755
Media	1.9047
3º cuartil	2.7765
Máximo	10.555
Rango	10.5549
Rango intercuartil	2.6818
Varianza	6.2857
Desviación estándar	2.5071
Simetría	1.5806
Curtosis	4.7398

Tabla 9: Estadística básica.

Análisis univariado de oro



Estadígrafo	gold out 2
Muestras	286
Mínimo	0.0001
1º cuartil	0.0865
Mediana	0.5325
Media	1.3941
3º cuartil	2.3145
Máximo	6.695
Rango	6.6949
Rango intercuartil	2.228
Varianza	3.0151
Desviación estándar	1.7364
Simetría	1.355
Curtosis	3.8835

Tabla 10: Estadística básica.

Figura 10: Datos de oro sin outliers 2.

Análisis univariado de oro

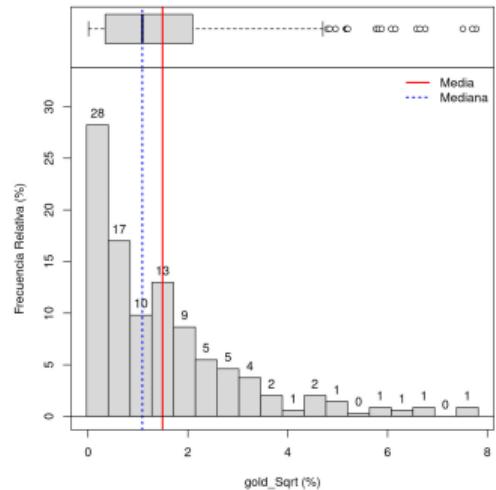


Figura 11: Datos de oro transformado:
Raíz cuadrada.

Estadígrafo	gold sqrt
Muestras	347
Mínimo	0.01
1º cuartil	0.3442
Mediana	1.0874
Media	1.4924
3º cuartil	2.095
Máximo	7.7768
Rango	7.7668
Rango intercuartil	1.7508
Varianza	2.2922
Desviación estándar	1.514
Simetría	1.667
Curtosis	3.974

Tabla 11: Estadística básica.

Análisis univariado de oro

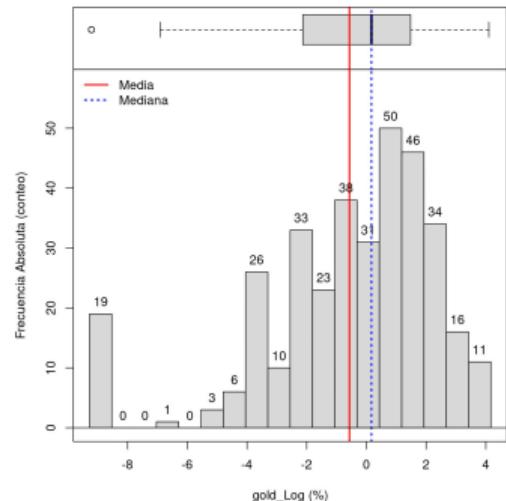
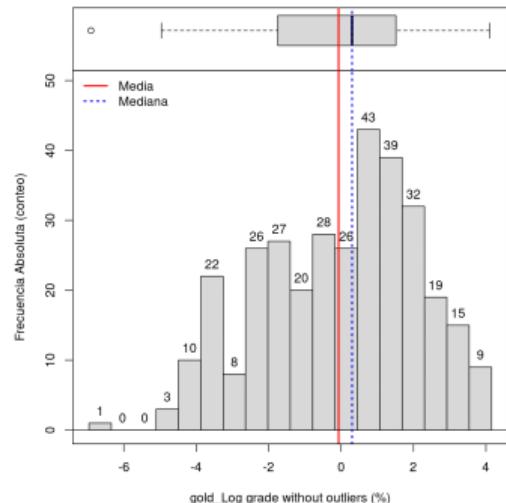


Figura 12: Datos de oro transformado:
Logaritmo.

Estadígrafo	gold_Log
Muestras	347
Mínimo	-9.2103
1º cuartil	-2.1329
Mediana	0.1676
Media	-0.5691
3º cuartil	1.4791
Máximo	4.1023
Rango	13.3126
Rango intercuartil	3.6121
Varianza	8.7446
Desviación estándar	2.9571
Simetría	-1.2408
Curtosis	4.6607

Tabla 12: Estadística básica.

Análisis univariado de oro

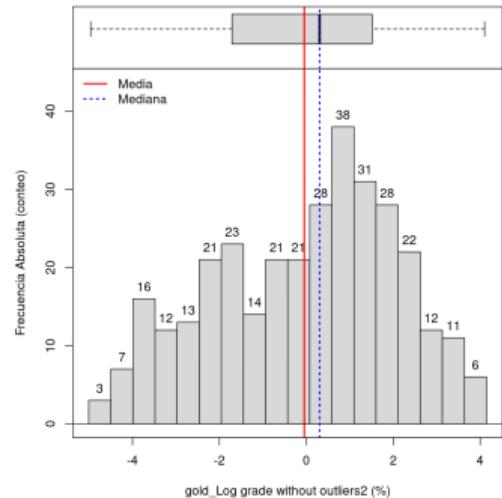


Estadígrafo	gold_Log out
Muestras	328
Mínimo	-6.9078
1º cuartil	-1.7367
Mediana	0.3042
Media	-0.0686
3º cuartil	1.5075
Máximo	4.1023
Rango	11.0101
Rango intercuartil	3.2443
Varianza	4.6627
Desviación estándar	2.1593
Simetría	-0.3518
Curtosis	2.4015

Tabla 13: Estadística básica.

Figura 13: Datos de oro transformado:
Logaritmo y sin outliers.

Análisis univariado de oro

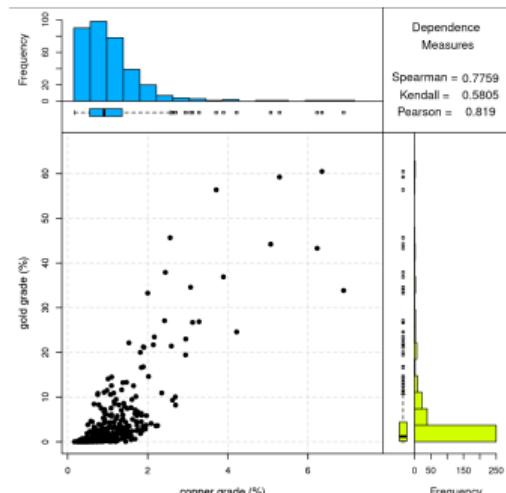


Estadígrafo	gold_Log out 2
Muestras	327
Mínimo	-4.9618
1º cuartil	-1.7108
Mediana	0.306
Media	-0.0476
3º cuartil	1.514
Máximo	4.1023
Rango	9.0641
Rango intercuartil	3.2248
Varianza	4.5331
Desviación estándar	2.1291
Simetría	-0.2958
Curtosis	2.2321

Tabla 14: Estadística básica.

Figura 14: Datos de oro transformado:
Logaritmo y sin outliers 2.

Análisis bivariado

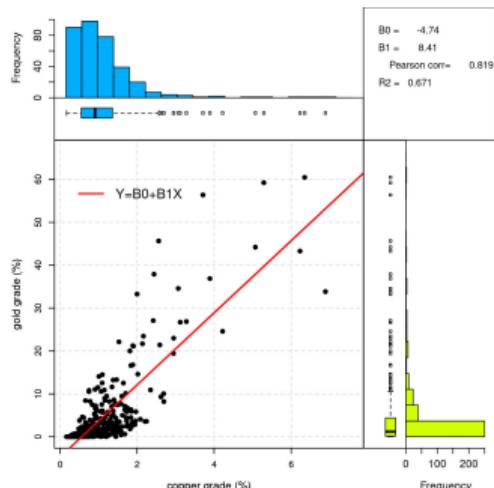


Medidas de dependencia	Valor
Spearman	0.7759
Kendall	0.5805
Pearson	0.819

Tabla 15: Medidas de dependencia.

Figura 15: Análisis de dependencia: oro vs. cobre (sin transformar).

Análisis bivariado

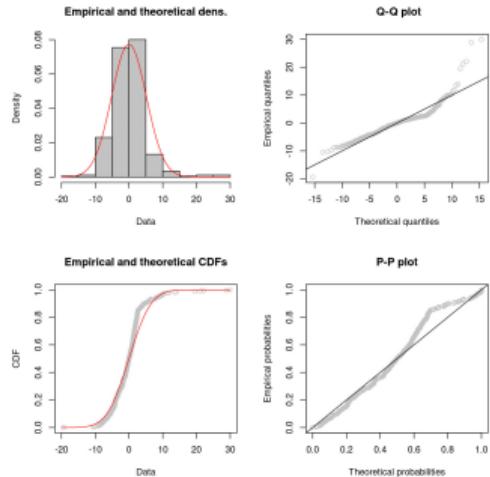


Ecuación lineal	$gold = 8.41 * copper - 4.74$
Pearson	0.819
Coeficiente de determinación	0.671

Tabla 16: Regresión Lineal.

Figura 16: Regresión lineal: oro vs. cobre (sin transformar).

Análisis bivariado

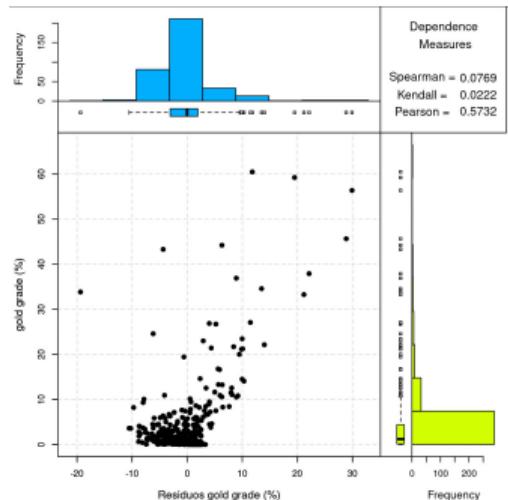


Estadígrafo	Residuos gold
Muestras	347
Mínimo	-19.3609
1º cuartil	-3.0877
Mediana	-0.0257
Media	-0.0004
3º cuartil	1.9427
Máximo	29.9149
Rango	49.2758
Rango intercuartil	5.0304
Varianza	26.6536
Desviación estándar	5.1627
Simetría	1.5683
Curtosis	10.5582

Tabla 17: Estadística básica.

Figura 17: Análisis de residuos de la regresión lineal: oro vs. cobre.

Análisis bivariado

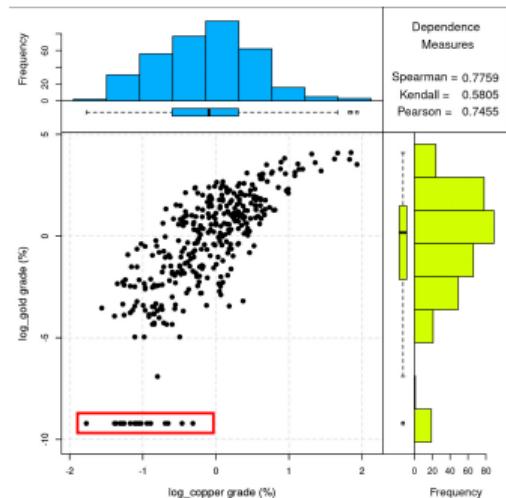


Estadígrafo	Residuos gold
Muestras	347
Mínimo	-19.3609
1º cuartil	-3.0877
Mediana	-0.0257
Media	-0.0004
3º cuartil	1.9427
Máximo	29.9149
Rango	49.2758
Rango intercuartil	5.0304
Varianza	26.6536
Desviación estándar	5.1627
Simetría	1.5683
Curtosis	10.5582

Figura 18: Análisis de residuos de la regresión lineal: oro vs. cobre.

Tabla 18: Estadística básica.

Análisis bivariado

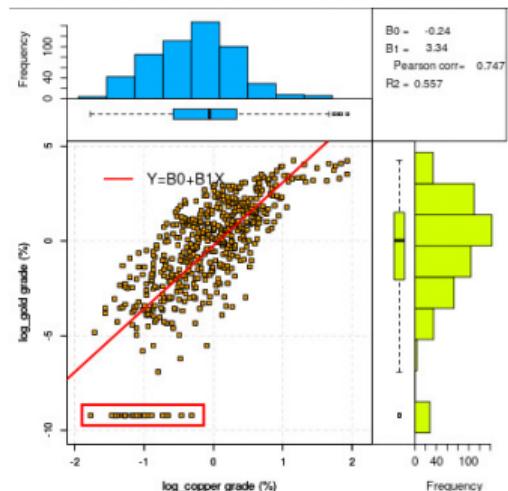


Medidas de dependencia	Valor
Spearman	0.7759
Kendall	0.5805
Pearson	0.7455

Tabla 19: Medidas de dependencia.

Figura 19: Análisis de dependencia: oro vs. cobre (transformados).

Análisis bivariado



Ecuación lineal	$\log_{-}\text{gold}=3.34*\log_{-}\text{copper}-0.24$
Pearson	0.747
Coeficiente de determinación	0.557

Tabla 20: Regresión lineal.

Figura 20: Regresión lineal: oro vs. cobre (transformados).

Análisis bivariado

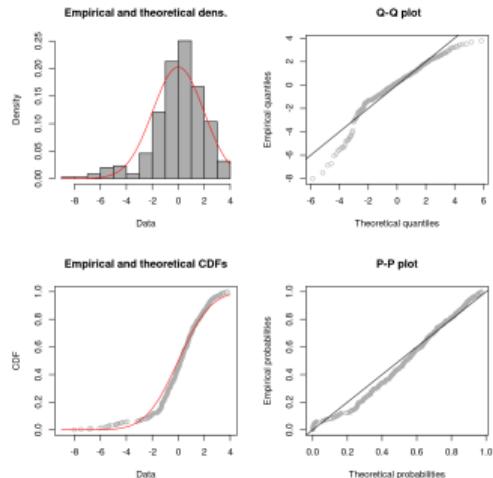


Figura 21: Análisis de residuos: oro vs. cobre (transformados).

Estadígrafo

Residuos gold_Log

Muestras	347
Mínimo	-8.0066
1º cuartil	-0.9135
Mediana	-0.1768
Media	-0.0021
3º cuartil	1.2238
Máximo	3.781
Rango	11.7877
Rango intercuartil	2.1373
Varianza	3.8844
Desviación estándar	1.9709
Simetría	-1.1255
Curtosis	5.1546

Tabla 21: Estadística básica.

Análisis bivariado

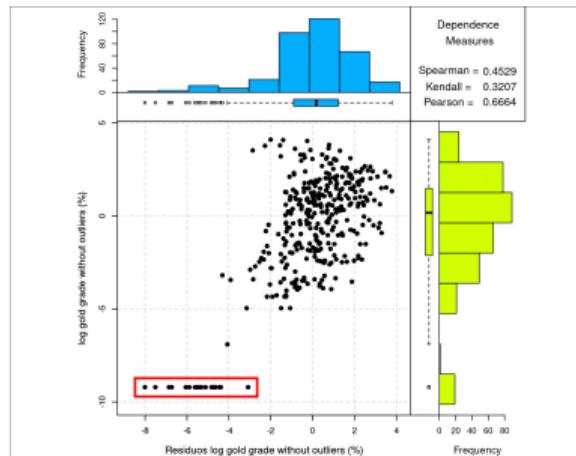
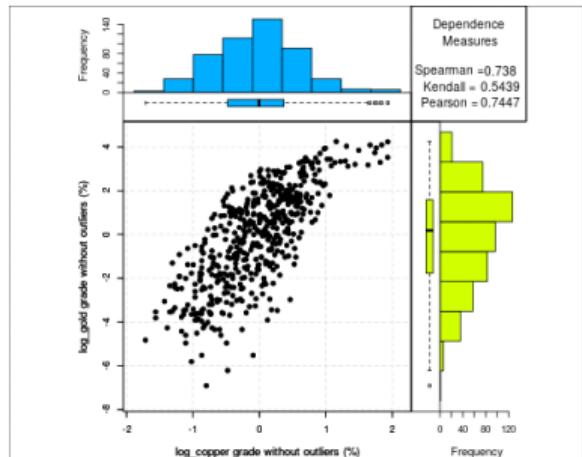


Figura 22: Análisis de residuos: oro vs. cobre (transformados).

Estadígrafo	Residuos gold_Log
Muestras	347
Mínimo	-8.0066
1º cuartil	-0.9135
Mediana	-0.1768
Media	-0.0021
3º cuartil	1.2238
Máximo	3.781
Rango	11.7877
Rango intercuartil	2.1373
Varianza	3.8844
Desviación estándar	1.9709
Simetría	-1.1255
Curtosis	5.1546

Tabla 22: Estadística básica.

Análisis bivariado

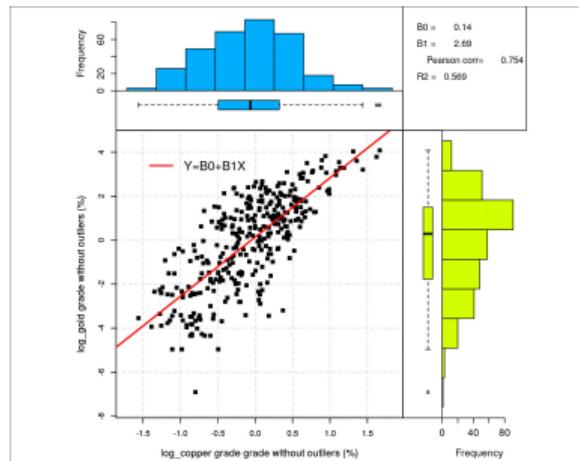


Medidas de dependencia	Valor
Spearman	0.738
Kendall	0.5439
Pearson	0.7447

Tabla 23: Estadística básica.

Figura 23: Análisis de dependencia: oro vs. cobre (transformados y sin outliers).

Análisis bivariado



Ecuación lineal

$$\loggold = 2.69 * \logcopper - 0.14$$

Pearson

0.754

Coeficiente de determinación

0.569

Tabla 24: Regresión lineal.

Figura 24: Regresión lineal: oro vs. cobre (transformados y sin outliers).

Análisis bivariado

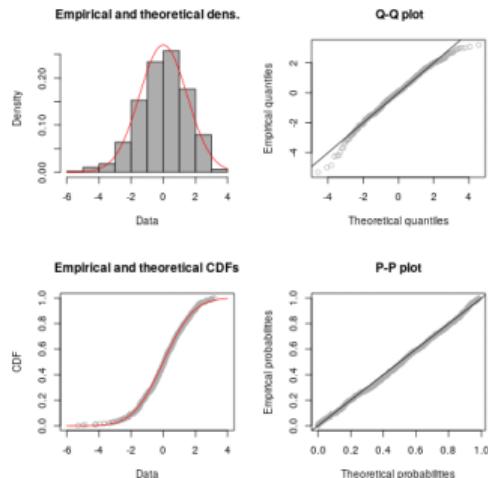


Figura 25: Análisis de residuos: oro vs. cobre (transformados y sin outliers).

Estadígrafo	Residuos gold_Log out
Muestras	325
Mínimo	-4.8998
1º cuartil	-0.8113
Mediana	-0.0169
Media	-0.0017
3º cuartil	1.0167
Máximo	3.1091
Rango	8.0088
Rango intercuartil	1.828
Varianza	1.9674
Desviación estándar	1.4026
Simetría	-0.3312
Curtosis	3.1358

Tabla 25: Estadística básica.

Análisis bivariado

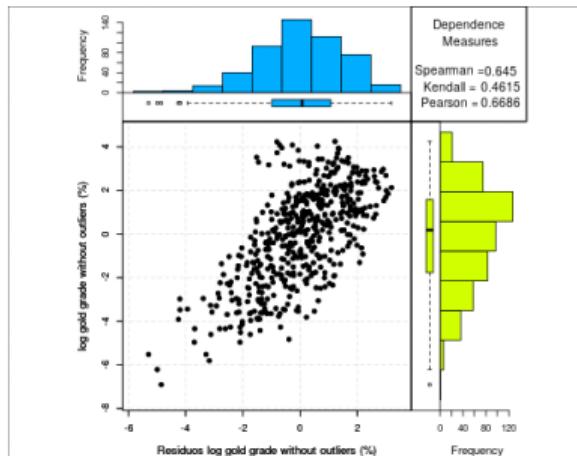


Figura 26: Análisis de residuos: oro vs. cobre (transformados y sin outliers).

Estadígrafo	Residuos gold_Log out
Muestras	325
Mínimo	-4.8998
1º cuartil	-0.8113
Mediana	-0.0169
Media	-0.0017
3º cuartil	1.0167
Máximo	3.1091
Rango	8.0088
Rango intercuartil	1.828
Varianza	1.9674
Desviación estandar	1.4026
Simetría	-0.3312
Curtosis	3.1358

Tabla 26: Estadística básica.

Análisis Variográfico

Análisis de estacionaridad

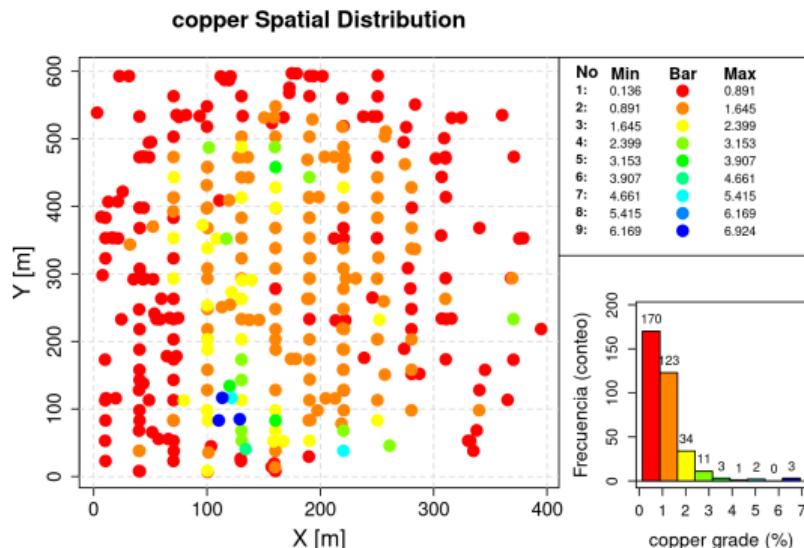


Figura 27: Distribución espacial de cobre.

Análisis de estacionaridad

Median Regression Analysis in X and Y directions

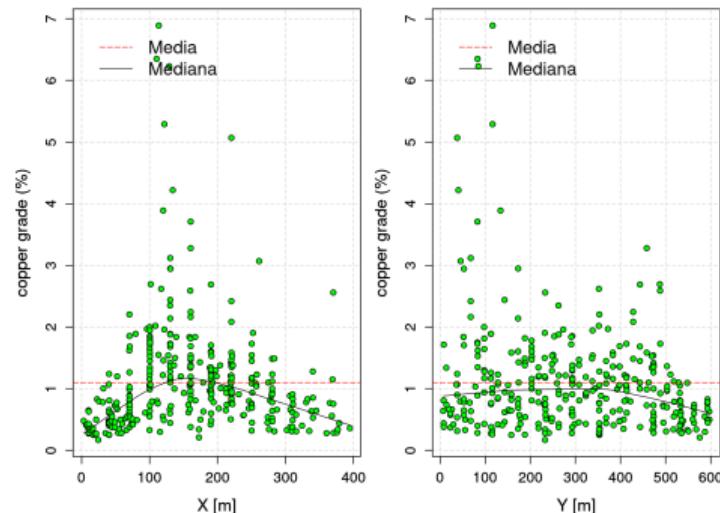


Figura 28: Proyecciones por X y Y.

Análisis de estacionaridad

Número de intervalos=10, Distancia mínima=0.1m, Distancia máxima=636.7078m,
 Valor de intervalo=32m

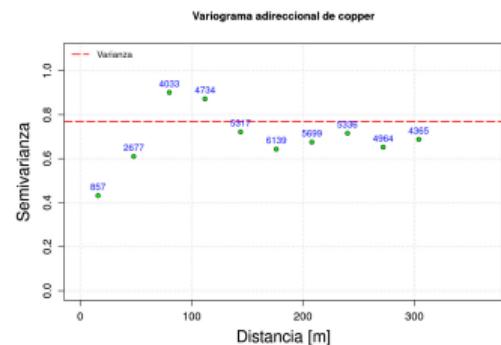


Figura 29: Variograma adireccional estimado.

Pares	Lags	Semivarianzas
857	16	0.43
2677	48	0.61
4033	80	0.90
4734	112	0.87
5317	114	0.72
6139	176	0.64
5699	208	0.68
5336	240	0.72
4964	272	0.65
4365	304	0.69

Tabla 27: Variograma adireccional estimado.

Variogramas direccionales

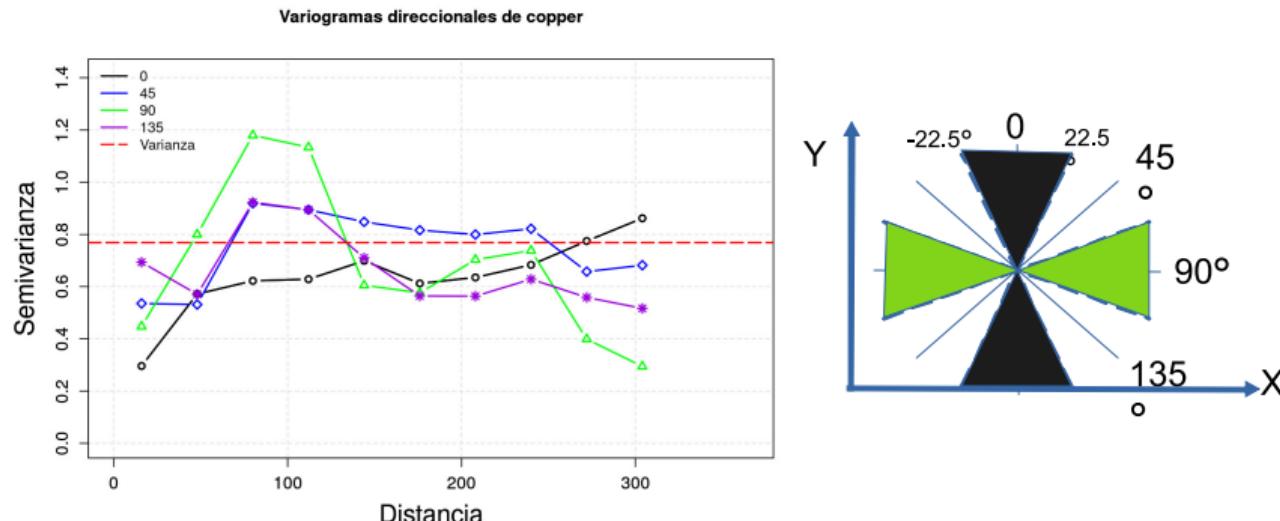


Figura 30: Variogramas direccionales estimados.

Variogramas direccionales

$0^\circ \pm 22.5^\circ$			$45^\circ \pm 22.5^\circ$			$90^\circ \pm 22.5^\circ$			$135^\circ \pm 22.5^\circ$		
Pares	Lags	Semivarianzas	Pares	Lags	Semivarianzas	Pares	Lags	Semivarianzas	Pares	Lags	Semivarianzas
375	16	0.30	124	16	0.54	224	16	0.45	134	16	0.69
634	48	0.57	737	48	0.53	584	48	0.80	722	48	0.57
1108	80	0.62	989	80	0.92	967	80	1.18	969	80	0.92
1343	112	0.63	1212	112	0.89	1049	112	1.13	1130	112	0.89
1383	144	0.70	1421	144	0.85	1129	144	0.61	1384	144	0.71
2070	176	0.61	1471	176	0.82	1252	176	0.58	1346	176	0.56
1783	208	0.64	1567	208	0.80	1001	208	0.70	1348	208	0.56
2088	240	0.68	1384	240	0.82	762	240	0.74	1102	240	0.63
2084	272	0.77	1199	272	0.66	647	272	0.40	1034	272	0.56
1924	304	0.86	1085	304	0.68	435	304	0.29	921	304	0.52

Tabla 28: Variogramas direccionales estimados.

Relación de anisotropía

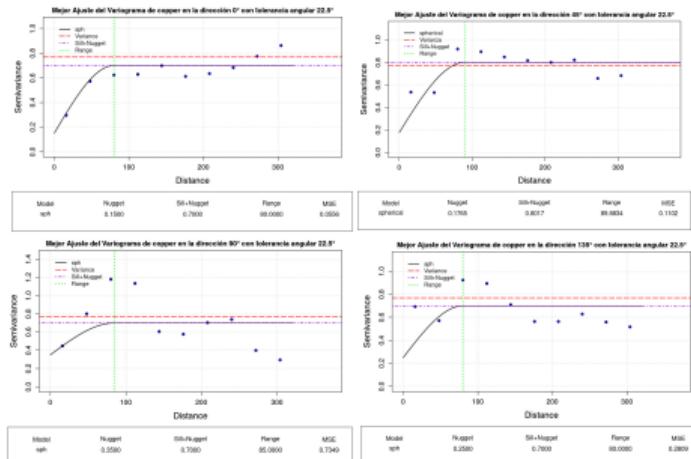
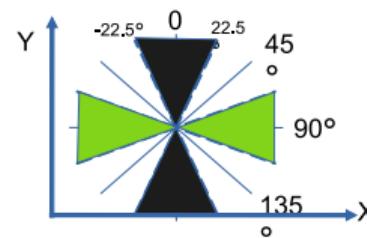


Figura 31: Variogramas direccionales ajustados ($\lambda = 90/80 = 1.125$).

	$0^\circ \pm 22.5^\circ$	$45^\circ \pm 22.5^\circ$	$90^\circ \pm 22.5^\circ$	$135^\circ \pm 22.5^\circ$
Model	Sph	Sph	Sph	Sph
Nugget	0.15	0.18	0.35	0.25
Sill+Nugget	0.70	0.80	0.70	0.70
Range	80	80	85	80

Tabla 29: Variogramas direccionales ajustados.



Modelación del variograma

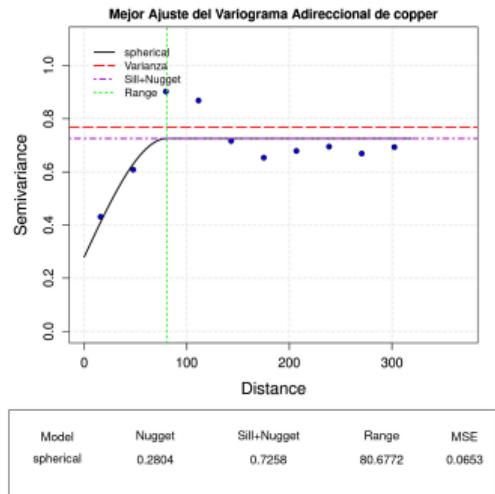


Figura 32: Ajuste automático del variograma.

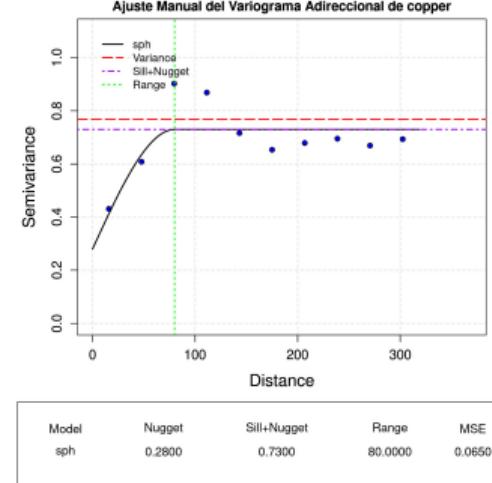


Figura 33: Ajuste manual del variograma.

Validación del modelo de variograma

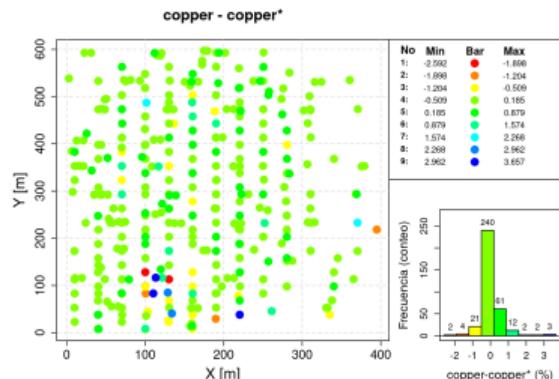


Figura 34: Distribución espacial de copper-copper*.

Estadígrafo	copper-copper*
Muestras	347
Mínimo	-2.56142
1º cuartil	-0.24136
Mediana	-0.05905
Media	-0.002
3º cuartil	0.15176
Máximo	3.62588
Rango	6.1873
Rango intercuartil	0.39313
Varianza	0.34838
Desviación estándar	0.59024
Simetría	1.90448
Curtosis	14.80984

Tabla 30: Estadística básica.

Validación del modelo de variograma

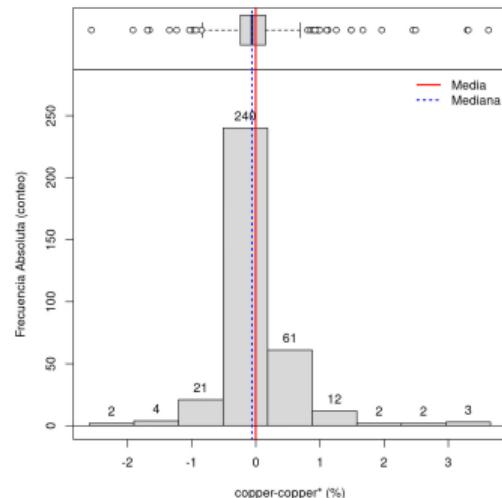


Figura 35: Histograma de copper-copper*.

Estadígrafo	copper-copper*
Muestras	347
Mínimo	-2.56142
1º cuartil	-0.24136
Mediana	-0.05905
Media	-0.002
3º cuartil	0.15176
Máximo	3.62588
Rango	6.1873
Rango intercuartil	0.39313
Varianza	0.34838
Desviación estandar	0.59024
Simetría	1.90448
Curtosis	14.80984

Tabla 31: Estadística básica.

Validación del modelo de variograma

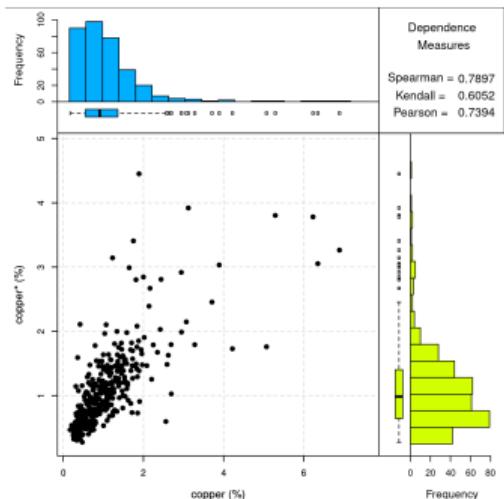


Figura 36: copper vs. copper*

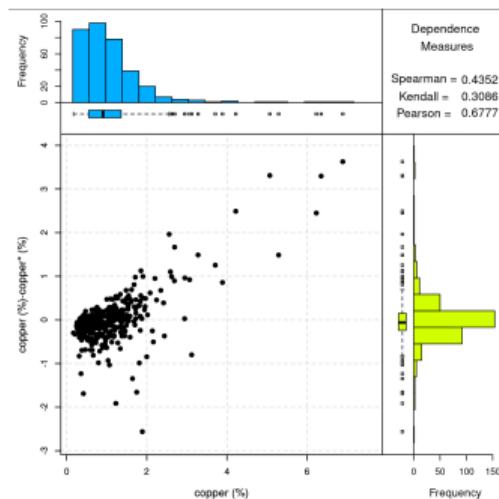


Figura 37: residuos vs. copper

Análisis de estacionaridad

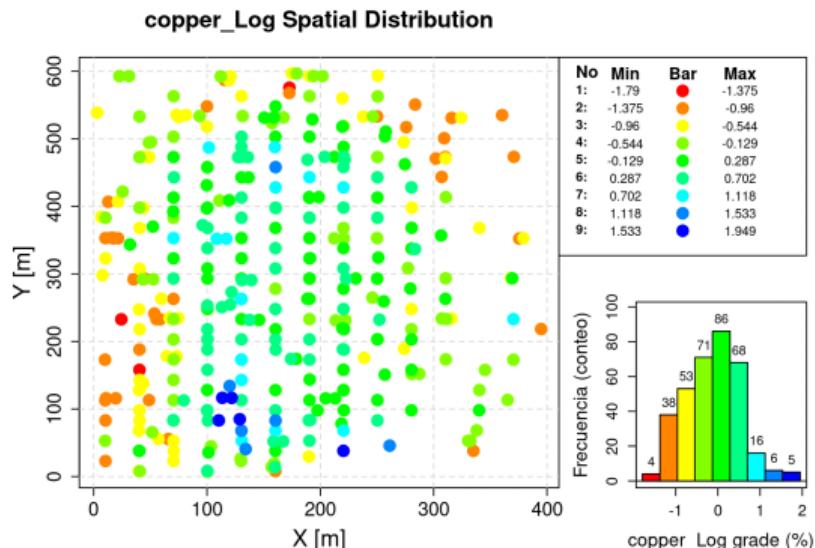


Figura 38: Distribución espacial de cobre con transformación logarítmica.

Análisis de estacionaridad

Median Regression Analysis in X and Y directions

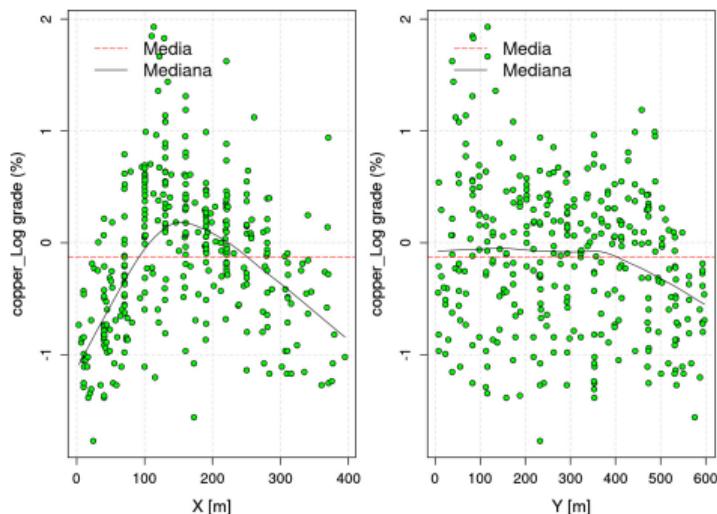


Figura 39: Proyecciones por X y Y.

Análisis de estacionaridad

Número de intervalos=10, Distancia mínima=0.1m, Distancia máxima=636.7078m,
Valor de intervalo=32m

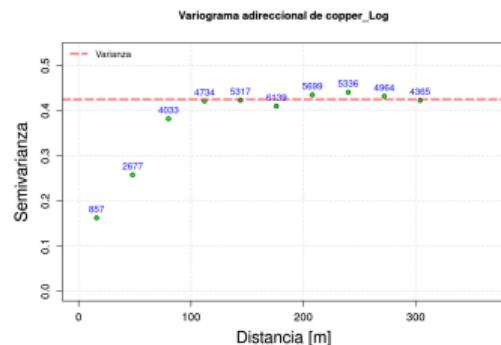


Figura 40: Variograma adireccional estimado.

Pares	Lags	Semivarianzas
857	16	0.16
2677	48	0.26
4033	80	0.38
4734	112	0.42
5317	114	0.42
6139	176	0.41
5699	208	0.44
5336	240	0.44
4964	272	0.43
4365	304	0.42

Tabla 32: Variograma adireccional estimado.

Variogramas direccionales

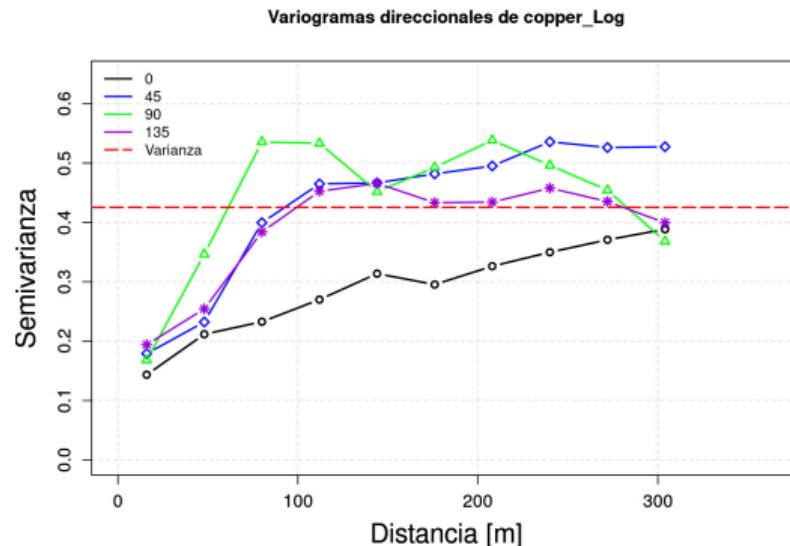


Figura 41: Variogramas direccionales estimados.

Variogramas direccionales

0° ± 22.5°			45° ± 22.5°			90° ± 22.5°			135° ± 22.5°		
Pares	Lags	Semivarianzas	Pares	Lags	Semivarianzas	Pares	Lags	Semivarianzas	Pares	Lags	Semivarianzas
375	16	0.14	124	16	0.18	224	16	0.17	134	16	0.19
634	48	0.21	737	48	0.23	584	48	0.35	722	48	0.25
1108	80	0.23	989	80	0.40	967	80	0.54	969	80	0.38
1343	112	0.27	1212	112	0.46	1049	112	0.53	1130	112	0.45
1383	144	0.31	1421	144	0.47	1129	144	0.45	1384	144	0.47
2070	176	0.30	1471	176	0.48	1252	176	0.49	1346	176	0.43
1783	208	0.33	1567	208	0.50	1001	208	0.54	1348	208	0.43
2088	240	0.35	1384	240	0.54	762	240	0.50	1102	240	0.46
2084	272	0.37	1199	272	0.53	647	272	0.45	1034	272	0.44
1924	304	0.39	1085	304	0.53	435	304	0.37	921	304	0.40

Tabla 33: Variogramas direccionales estimados.

Variogramas direccionales

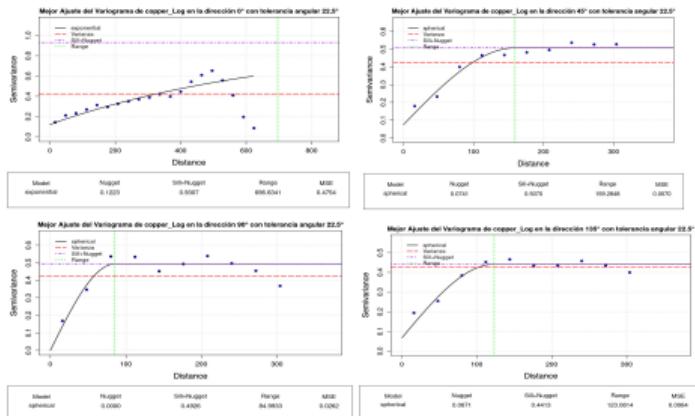
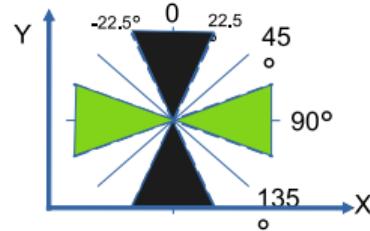


Figura 42: Variogramas direccionales ajustados (relación de anisotropía $\lambda = 697/85 = 8.2 \gg 1$).

	$0^\circ \pm 22.5^\circ$	$45^\circ \pm 22.5^\circ$	$90^\circ \pm 22.5^\circ$	$135^\circ \pm 22.5^\circ$
Model	Exp	Sph	Sph	Sph
Nugget	0.12	0.07	0	0.07
Sill+nugget	0.93	0.51	0.49	0.44
Range	697	159	85	123

Tabla 34: Variogramas direccionales ajustados.



Variogramas direccionales

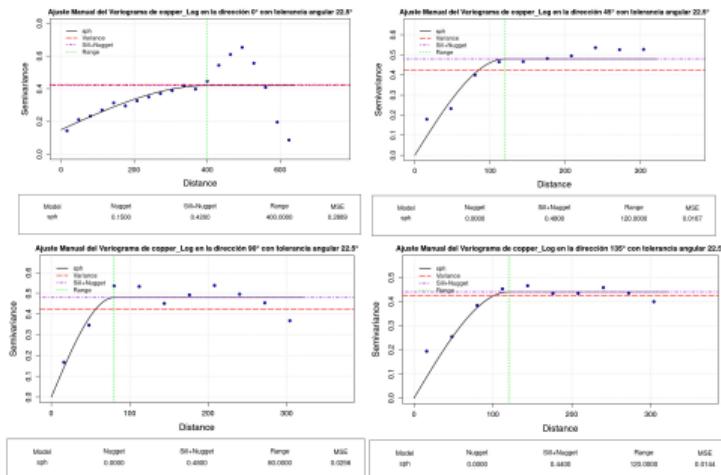
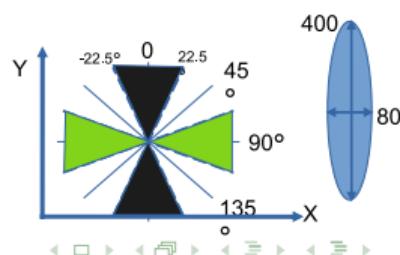


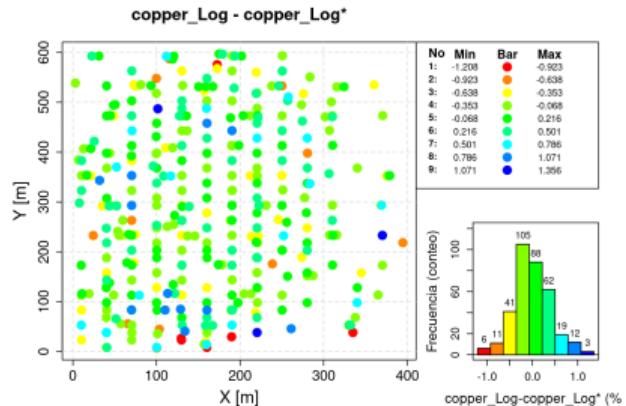
Figura 43: Modelo de variograma con anisotropía geométrica.

	0° ± 22.5°	45° ± 22.5°	90° ± 22.5°	135° ± 22.5°
Model	Sph	Sph	Sph	Sph
Nugget	0.15	0	0	0
Sill+Nugget	0.42	0.48	0.48	0.44
Range	400	120	80	120

Tabla 35: Modelo de variograma con anisotropía geométrica.



Validación del modelo de variograma



Estadígrafo	copper_Log	copper_Log*	copper_Log-copper_Log*
Muestras	347	347	347
Mínimo	-1.772	-1.180	-1.195
1º cuartil	-0.598	-0.465	-1.195
Mediana	0.598	-0.465	-0.027
Media	-0.126	-0.123	-0.004
3º cuartil	0.309	0.224	0.241
Máximo	1.930	1.186	1.343
Rango	3.702	2.366	2.538
Rango intercuartil	0.907	0.689	0.515
Varianza	0.425	0.243	0.163
Desviación estándar	0.652	0.493	0.404
Simetría	0.194	-0.077	0.326
Curtosis	3.017	2.528	3.751

Tabla 36: Estadística básica.

Figura 44: Distribución espacial de copper_Log - copper_Log*

Validación del modelo de variograma

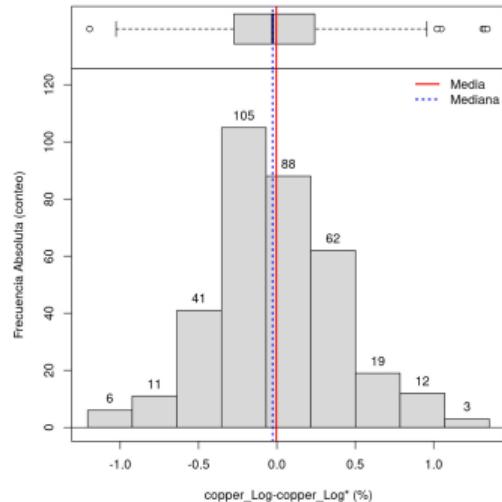


Figura 45: Histograma de $copper_Log - copper_Log^*$.

Estadígrafo	$copper_Log - copper_Log^*$
Muestras	347
Mínimo	-1.195
1º cuartil	-1.195
Mediana	-0.027
Media	-0.004
3º cuartil	0.241
Máximo	1.343
Rango	2.538
Rango intercuartil	0.515
Varianza	0.163
Desviación estándar	0.404
Simetría	0.326
Curtosis	3.751

Tabla 37: Estadística básica de $copper_Log - copper_Log^*$.

Validación del modelo de variograma

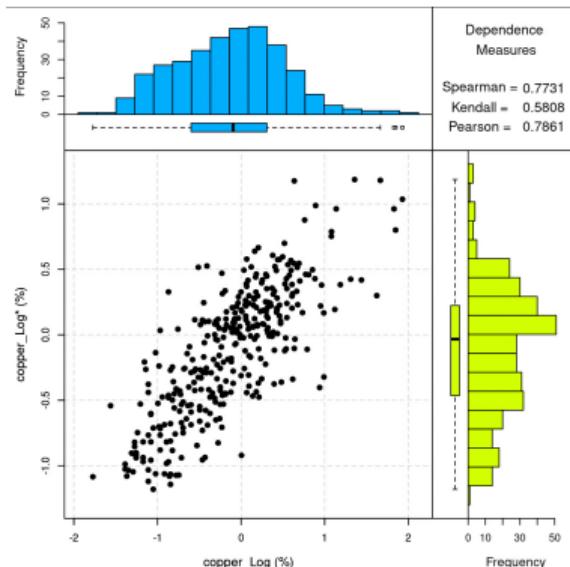


Figura 46: copper vs. copper*

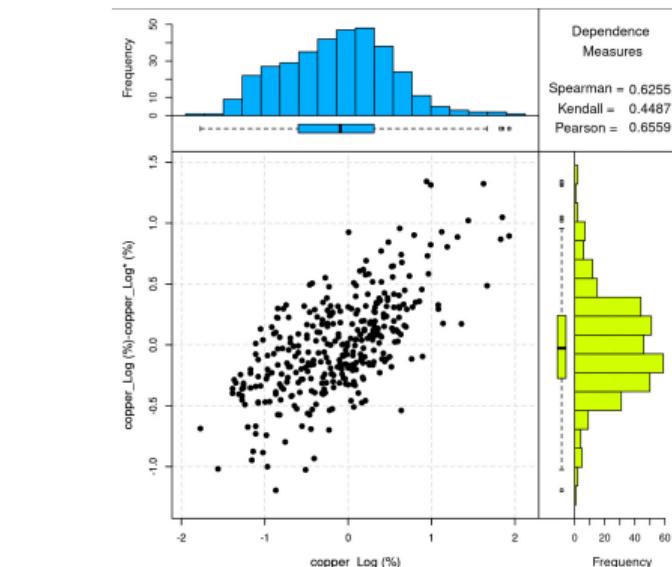


Figura 47: residuos vs. copper

Estimación Espacial

Estimación espacial univariada

Kriging Ordinario Puntual de cobre sin transformar (isotrópico)

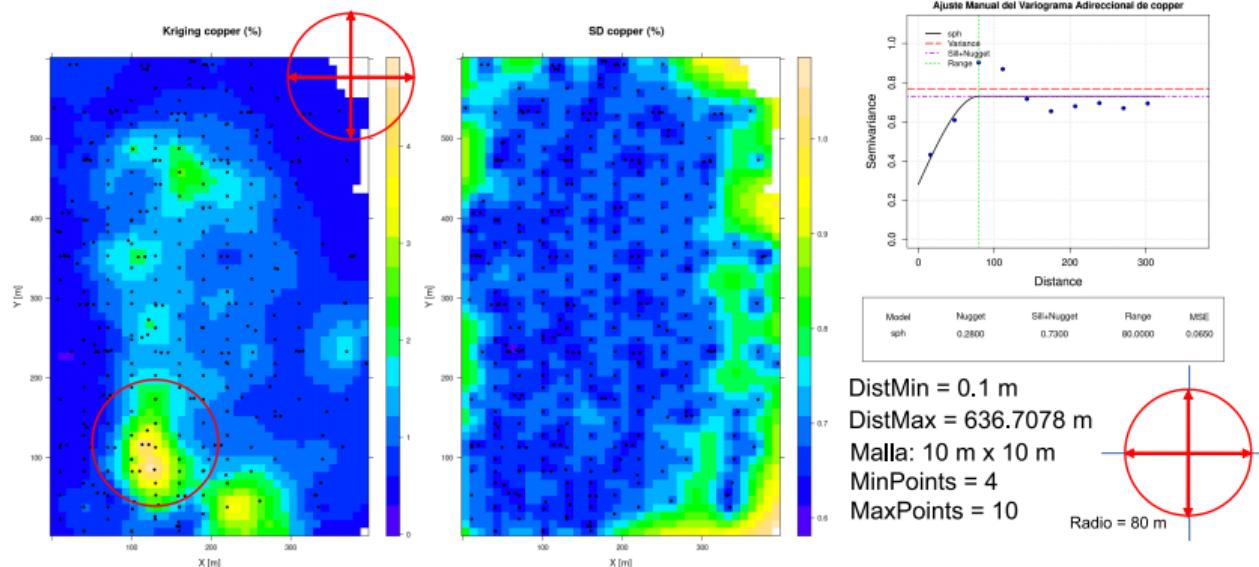


Figura 48: Kriging Ordinario Puntual de cobre sin transformar (isotrópico)

Kriging Ordinario Puntual de cobre sin transformar (isotrópico)

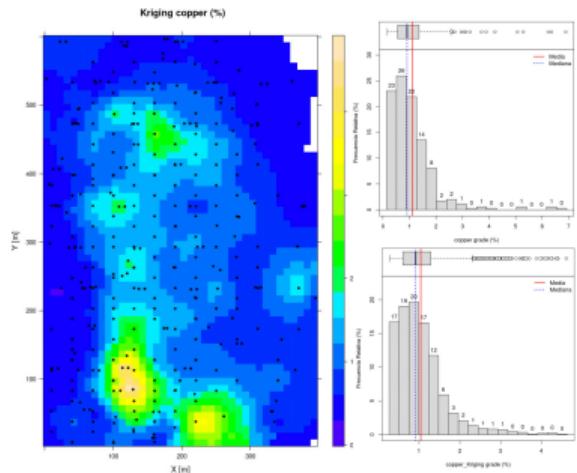
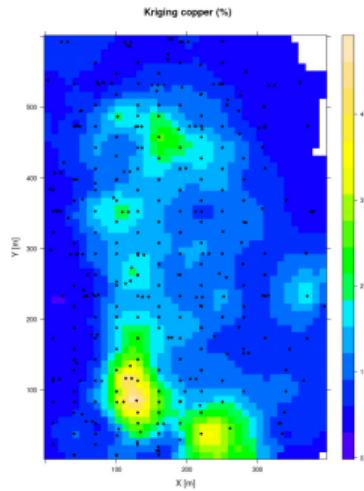


Figura 49: Kriging Ordinario Puntual de cobre sin transformar (isotrópico)

Estadígrafo	Data copper	Kriging copper
Muestras	347	2370
Mínimo	0.17	0.29
1º cuartil	0.55	0.60
Mediana	0.91	0.92
Media	1.10027	1.04
3º cuartil	1.3625	1.29
Máximo	6.89	4.61
Rango	6.72	4.33
Rango intercuartil	0.8125	0.69
Varianza	0.76863	0.39
Desviación estándar	0.87671	0.62
Simetría	3.112	1.84
Curtosis	17.12323	8.07

Tabla 38: Estadística básica.

Kriging Ordinario Puntual de cobre sin transformar (isotrópico)



	Data copper	Kriging copper
Model	Sph	Sph
Nugget	0.28	0
Sill+nugget	0.73	0.36
Range	80	140

Tabla 39: Variogramas adireccionales.

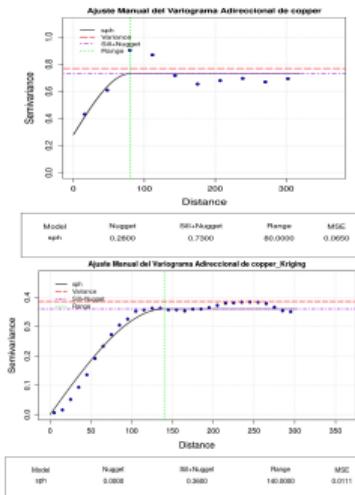


Figura 50: Kriging Ordinario Puntual.

Figura 51: Variogramas adireccionales.

Kriging Ordinario Puntual de cobre transformado (anisotrópico)

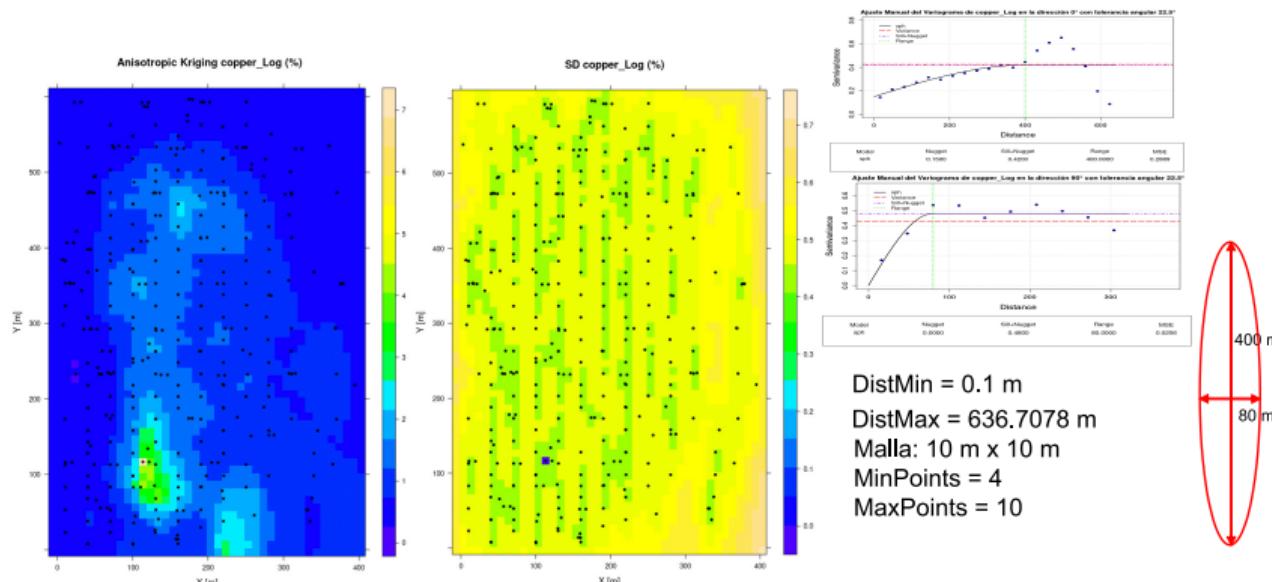


Figura 52: Kriging Ordinario Puntual de cobre transformado (anisotrópico)

Comparación Kriging de cobre sin transformar (isotrópico) vs. transformados (anisotrópico)

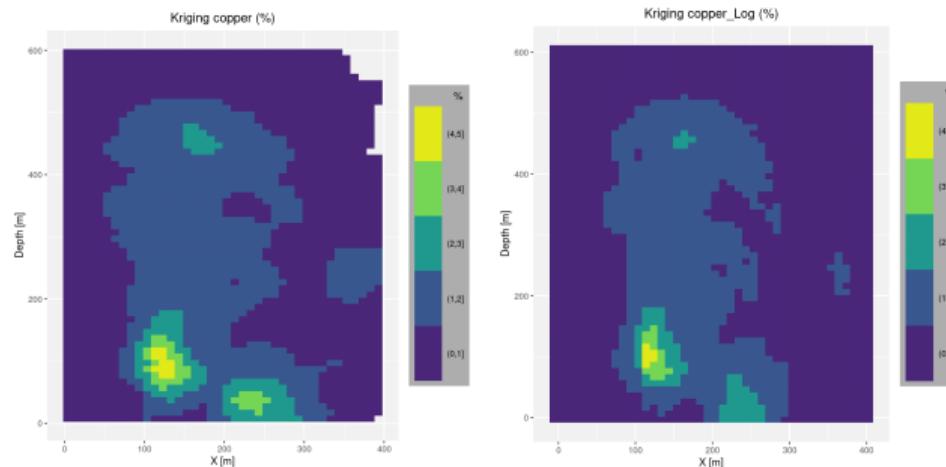


Figura 53: Comparación Kriging de cobre sin transformar (isotrópico) vs. transformados (anisotrópico)

Comparación Kriging de cobre sin transformar (isotrópico) vs. transformados (anisotrópico)

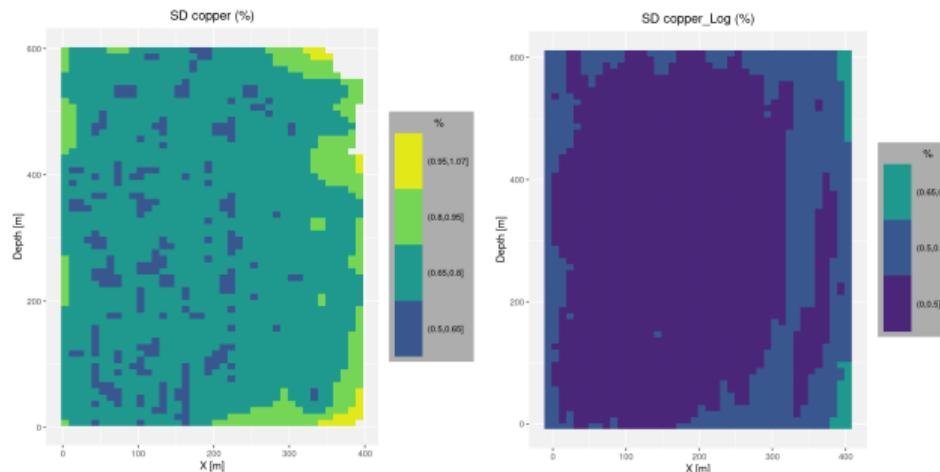


Figura 54: Comparación Kriging de cobre sin transformar (isotrópico) vs. transformados (anisotrópico)

Kriging Ordinario Puntual de oro sin transformar (isotrópico)

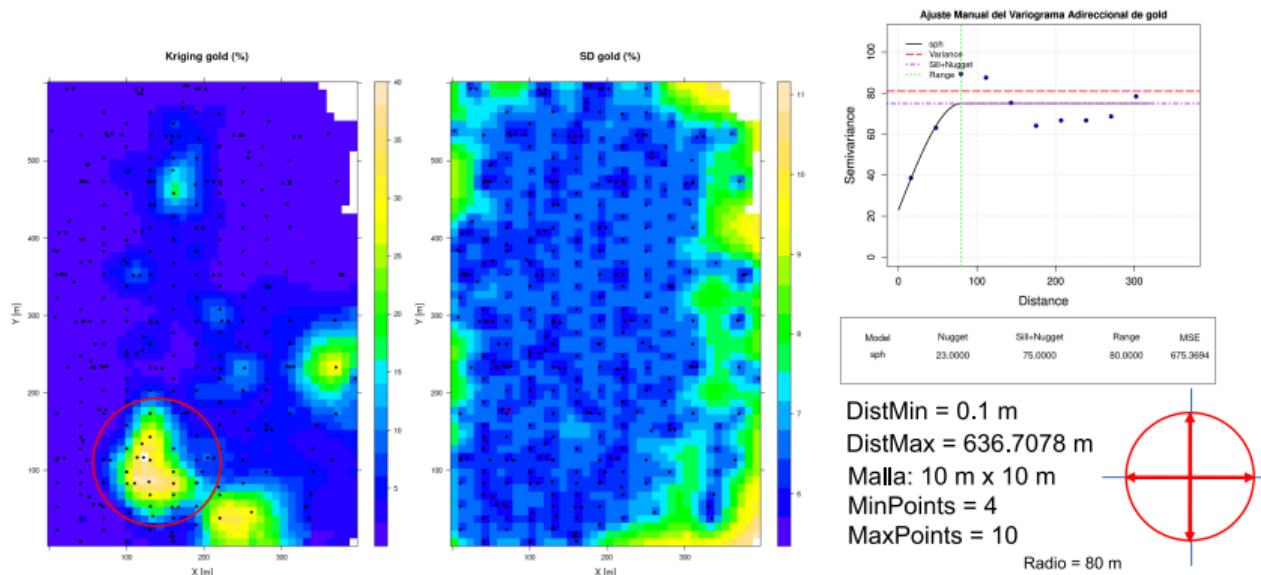


Figura 55: Kriging Ordinario Puntual de oro sin transformar (isotrópico)

Kriging Ordinario Puntual de oro transformado (anisotrópico)

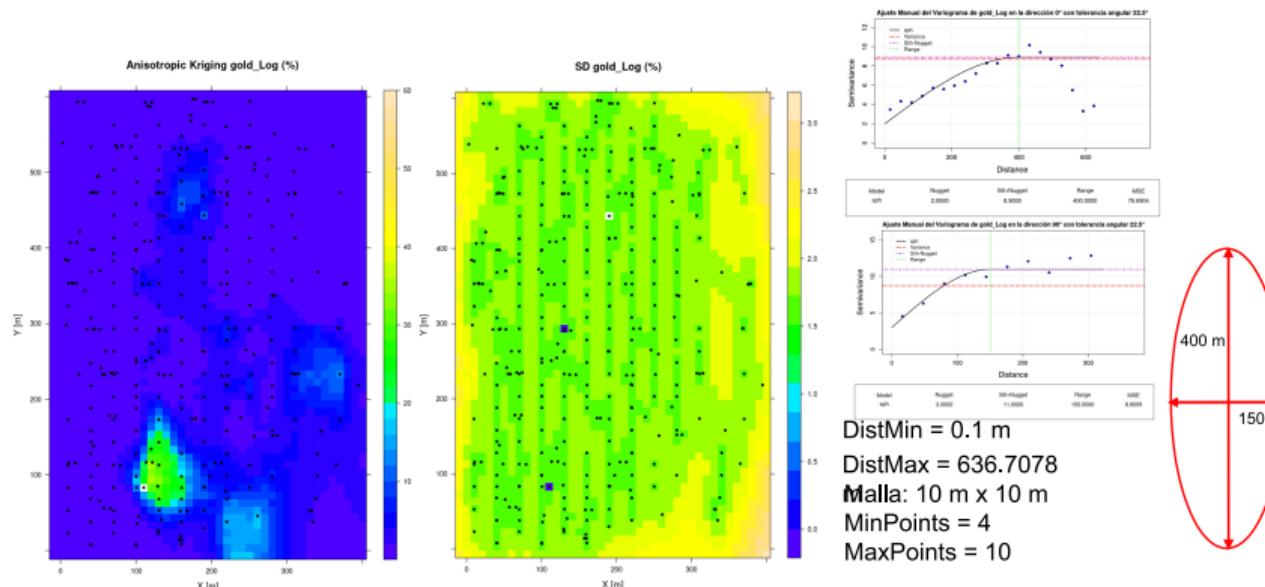


Figura 56: Kriging Ordinario Puntual de oro transformado (anisotrópico)

Estimación espacial conjunta

Análisis variográfico conjunto de cobre-oro sin transformar (isotrópico)

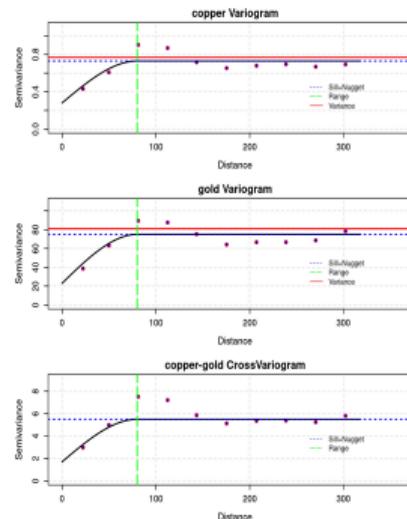
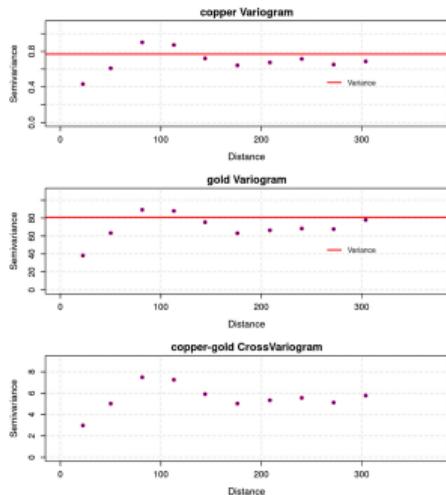


Figura 57: Variogramas adireccionales estimados.

Figura 58: Variogramas adireccionales ajustados.

Modelo de corrección lineal de cobre-oro sin transformar (isotrópico)

Variables	Modelo	Nugget	Sill-Nugget	Alcance
copper	Esférico	0.28	0.45	80.00
gold	Esférico	23	52	80.00
copper-gold	Esférico	1.7	3.8	80.00

Tabla 40: Modelo de corrección lineal de cobre-oro isotrópico.

$$23 \times 0.28 - 1.7^2 = 3.55 > 0$$

$$52 \times 0.45 - 3.8^2 = 8.96 > 0$$

CoKriging Ordinario Puntual de oro sin transformar (isotrópico)

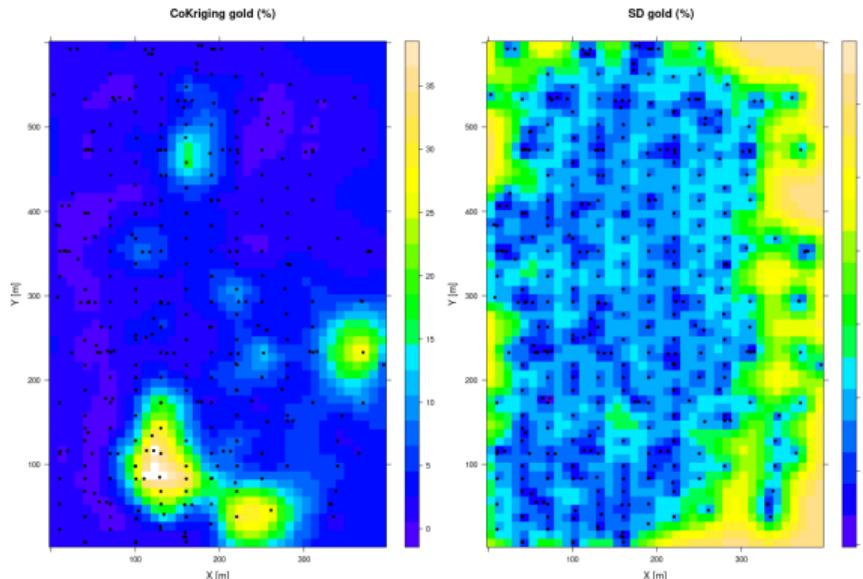


Figura 59: CoKriging Ordinario Puntual de oro sin transformar (isotrópico)

Comparación de Kriging vs. CoKriging de oro sin transformar (isotrópico)

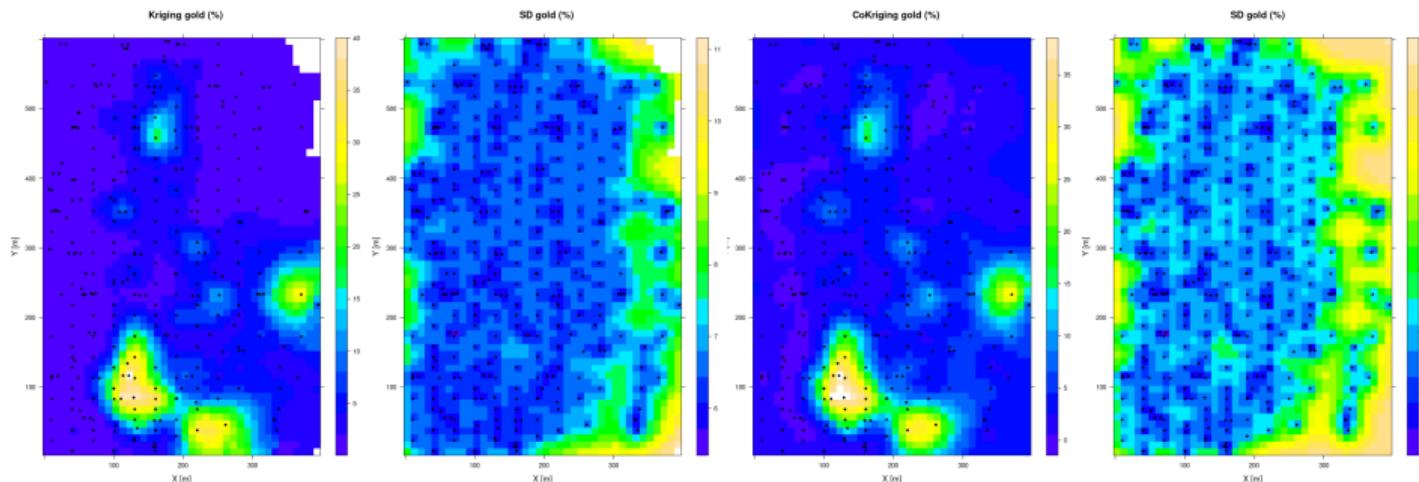


Figura 60: CoKriging Ordinario Puntual de oro sin transformar (isotrópico)

Comparación de Kriging vs. CoKriging de oro sin transformar (isotrópico)

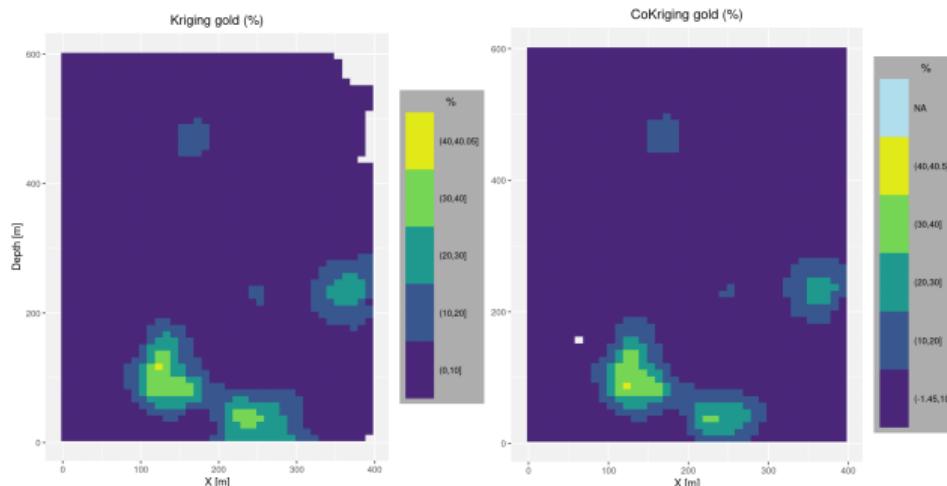


Figura 61: CoKriging Ordinario Puntual de oro sin transformar (isotrópico)

Comparación de Kriging vs. CoKriging de oro sin transformar (isotrópico)

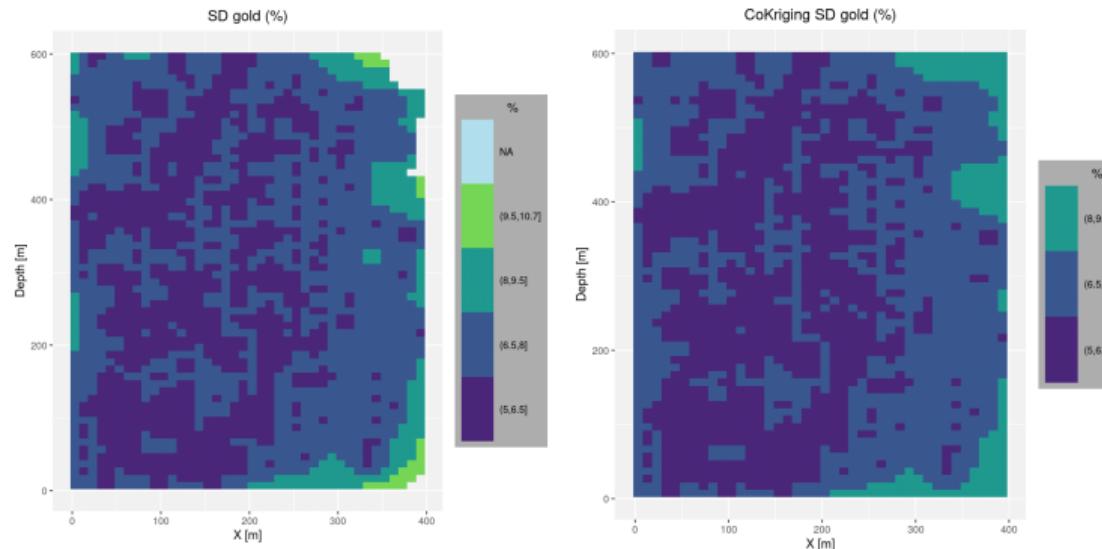


Figura 62: CoKriging Ordinario Puntual de oro sin transformar (isotrópico)

Análisis variográfico conjunto de cobre-oro transformados (anisotrópico)

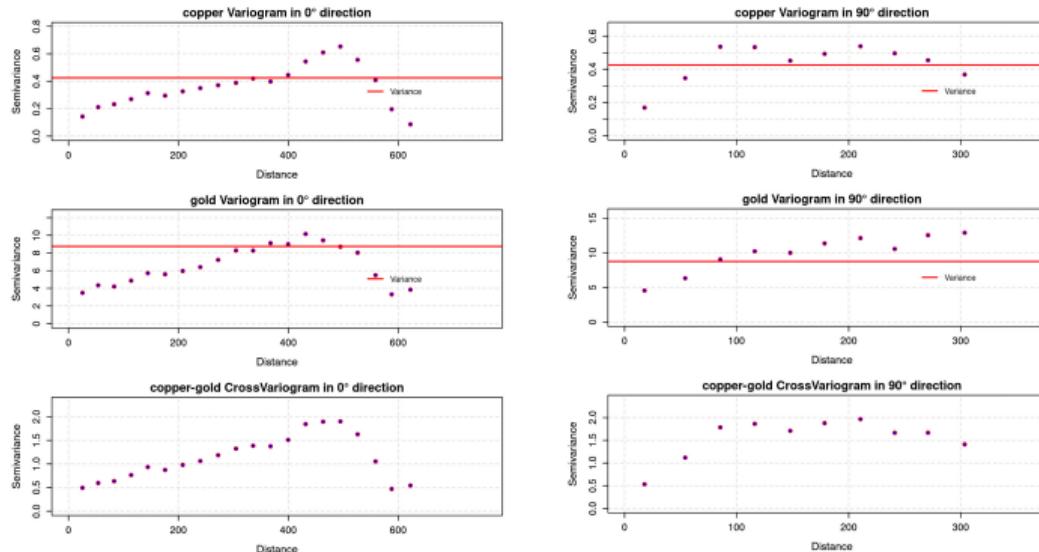


Figura 63: Variogramas direccionales estimados.

Análisis variográfico conjunto de cobre-oro transformados (anisotrópico)

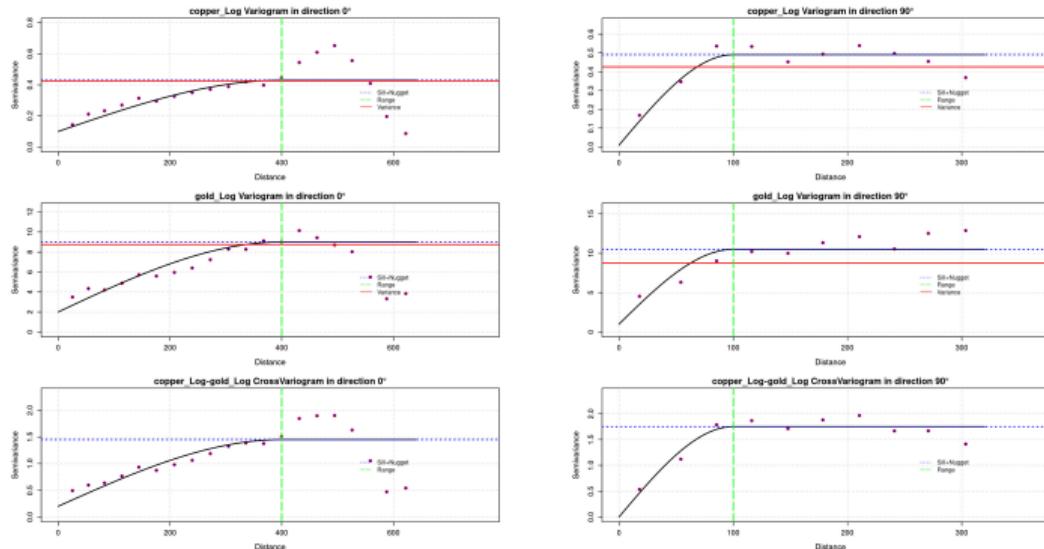


Figura 64: Variogramas direccionales ajustados.

Modelo de corregrionalización lineal de cobre-oro transformados (anisotrópico)

	Variables	Modelo	Nugget	Sill-Nugget	Alcance
0°	copper_Log	Esférico	0.15	0.42	400.00
	gold_Log	Esférico	2.00	8.90	400.00
	copper_Log-gold_Log	Esférico	0.20	1.25	400.00
90°	copper_Log	Esférico	0.01	0.48	100.00
	gold_Log	Esférico	1.00	9.50	100.00
	copper_Log-gold_Log	Esférico	0.00	1.75	100.00

Tabla 41: Modelo de corregrionalización lineal de cobre-oro anisotrópico.

CoKriging Ordinario Puntual de oro transformado (anisotrópico)

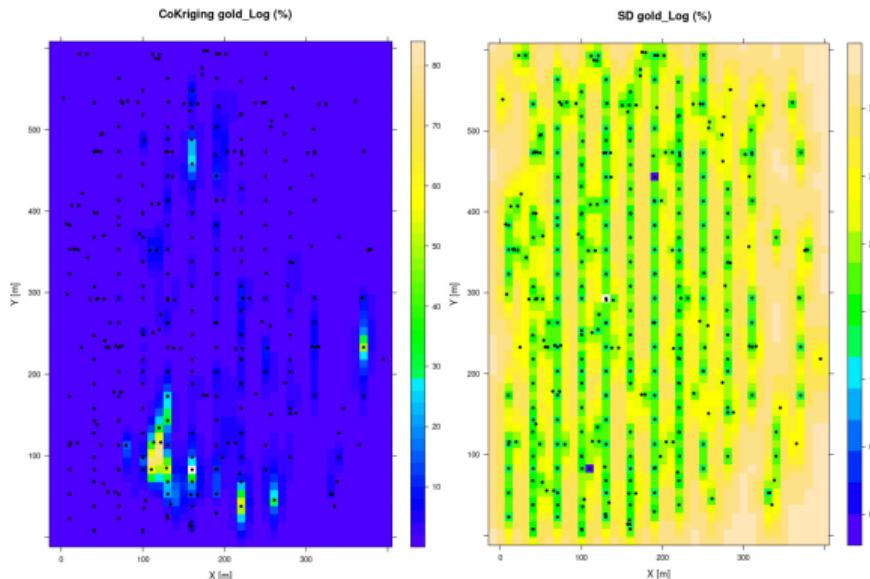


Figura 65: CoKriging Ordinario Puntual de oro transformado (anisotrópico).

Kriging y CoKriging de oro sin transformar (isotrópico) y CoKriging de oro transformado (anisotrópico)

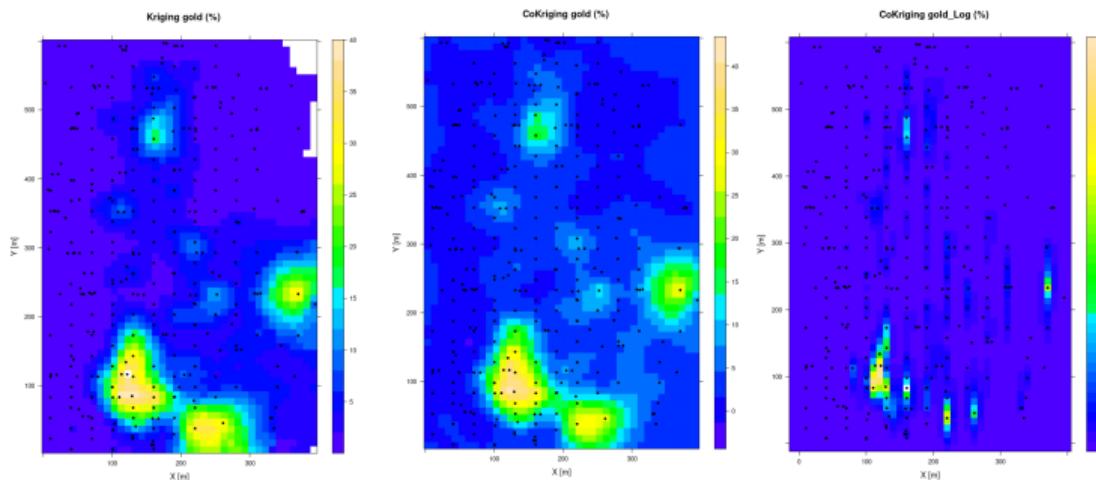


Figura 66: Kriging, CoKriging de oro isotrópico y CoKriging de oro anisotrópico.

Kriging y CoKriging de oro sin transformar (isotrópico) y CoKriging de oro transformado (anisotrópico)

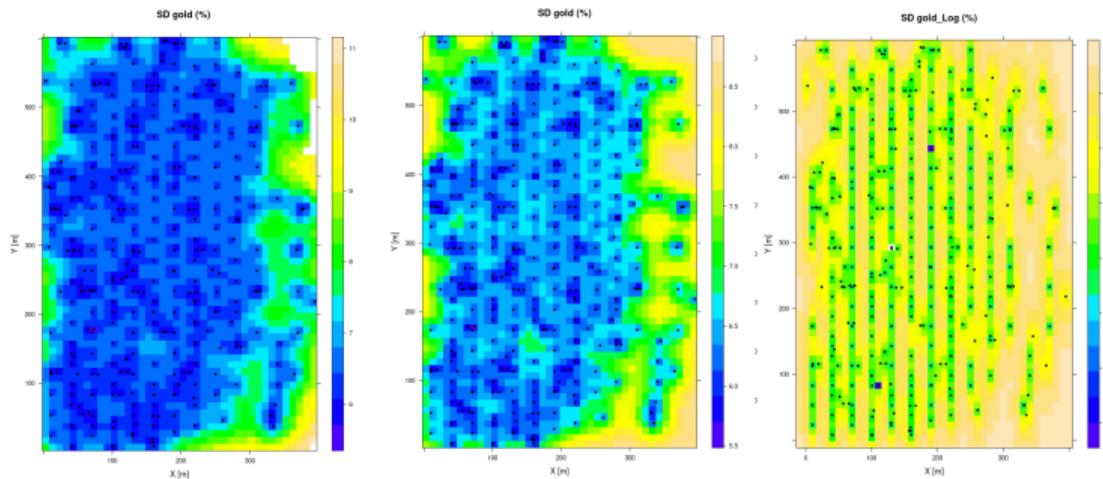


Figura 67: SD de Kriging, CoKriging de oro isotrópico y CoKriging de oro anisotrópico.

Simulación Espacial

Simulación Secuencial Gaussiana

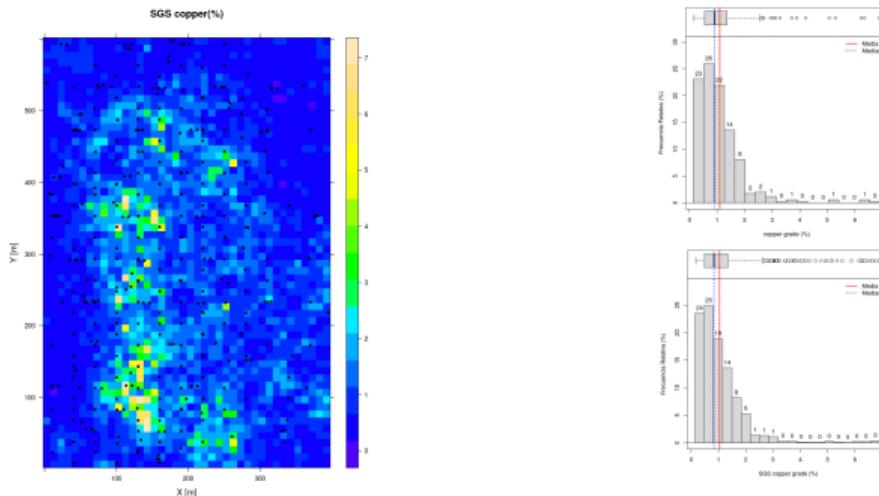


Figura 68: SSG de cobre.

Figura 69: Histogramas de los datos vs. SSG.

Estadígrafo	Data copper	SGS copper
Muestras	347	2400
Mínimo	0.17	0.17
1º cuartil	0.55	0.49
Mediana	0.91	0.83
Media	1.10027	1.04
3º cuartil	1.3625	1.35
Máximo	6.89	6.89
Rango	6.72	6.72
Rango intercuartil	0.8125	0.86
Varianza	0.76863	0.71
Desviación estandar	0.87671	0.84
Simetria	3.112	3.19
Curtosis	17.12323	18.61

Tabla 42: Estadística básica.

Simulación Secuencial Gaussiana

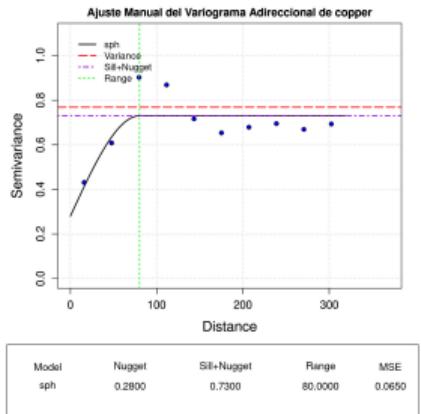


Figura 70: Variograma de los datos de cobre.

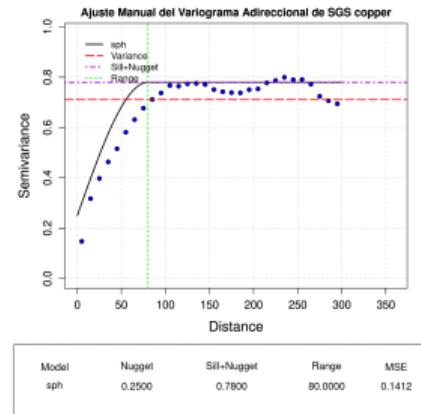


Figura 71: Variograma de SSG de cobre.

Simulación Secuencial Gaussiana

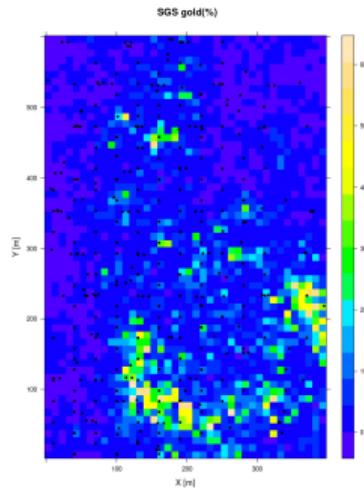


Figura 72: SSG de oro.

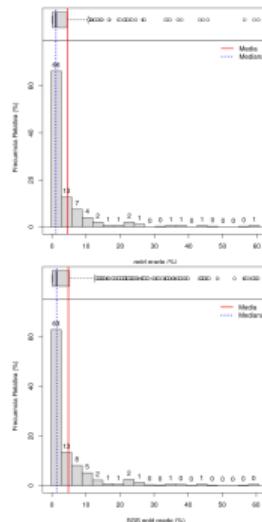


Figura 73: Histogramas de los datos vs. SSG.

Estadígrafo	Data gold	SGS gold
Muestras	347	2400
Mínimo	0.0001	0.0001
1º cuartil	0.1185	0.1064
Mediana	1.1825	1.3541
Media	4.5129	4.8266
3º cuartil	4.3893	5.1926
Máximo	60.4789	60.479
Rango	60.4789	60.4789
Rango intercuartil	4.2708	5.0862
Varianza	80.9684	80.9329
Desviación estándar	8.9982	8.9963
Simetría	3.578	3.3321
Curtosis	17.7141	15.9993

Tabla 43: Estadística básica.

Simulación Secuencial Gaussiana

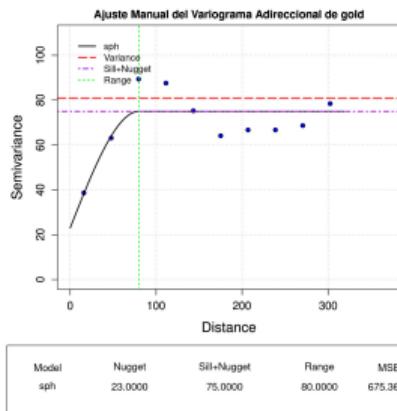


Figura 74: Variograma de los datos de oro.

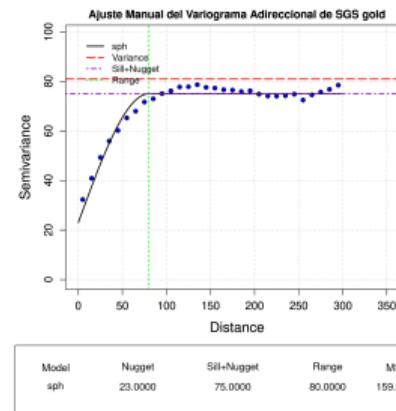


Figura 75: Variograma de SSG de oro.

Estimación vs. Simulación

Simulación Secuencial Gaussiana

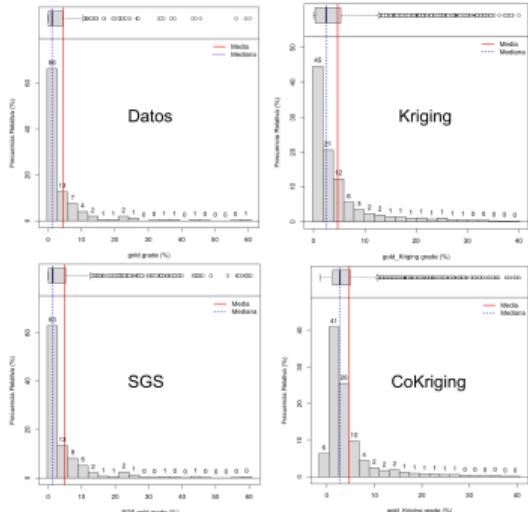


Figura 76: Histogramas.

Estadígrafo	Data gold	SGS gold	Kriging gold	CoKriging gold
Muestras	347	2400	2370	2400
Mínimo	0.0001	0.0001	0.0177	-1.4494
1º cuartil	0.1185	0.1064	0.3172	1.2293
Mediana	1.1825	1.3541	2.448	2.7884
Media	4.5129	4.8266	4.6957	4.708
3º cuartil	4.3893	5.1926	5.3008	4.9795
Máximo	60.4789	60.479	40.0454	40.4925
Rango	60.4789	60.4789	40.0278	41.9418
Rango intercuartil	4.2708	5.0862	4.9836	3.7502
Varianza	80.9684	80.9329	46.2757	37.7874
Desviación estándar	8.9982	8.9963	6.8026	6.1471
Simetría	3.578	3.3321	2.4269	2.8147
Curtosis	17.7141	15.9993	9.1155	11.9132

Tabla 44: Estadística básica.

Correlación espacial

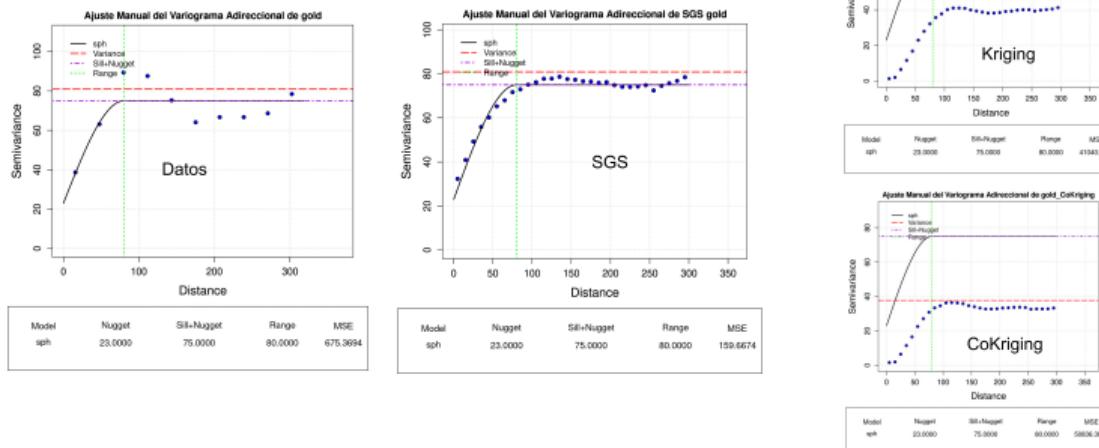


Figura 77: Oro sin transformar (isotrópico)

Distribución espacial

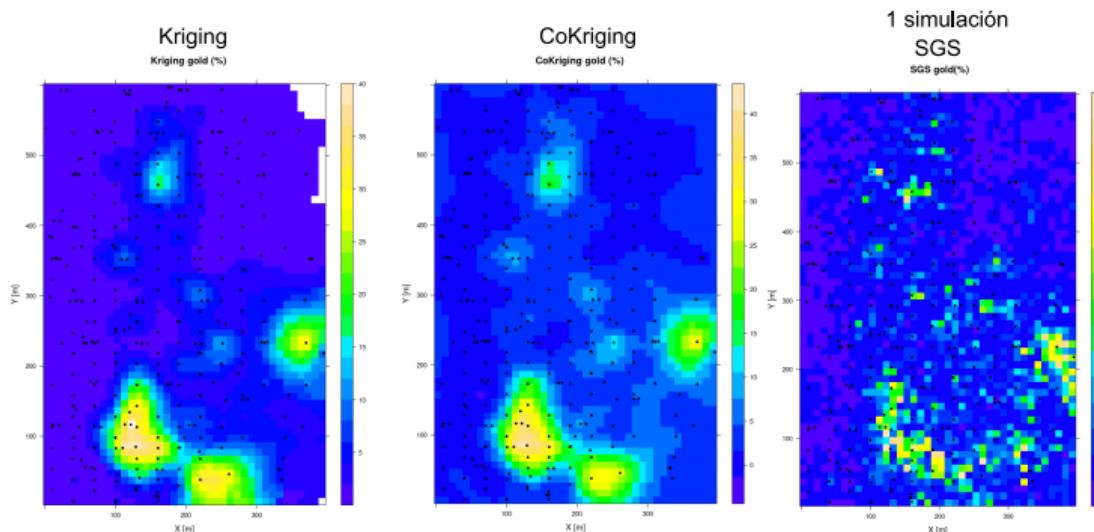


Figura 78: Oro sin transformar (isotrópico)

Distribución espacial

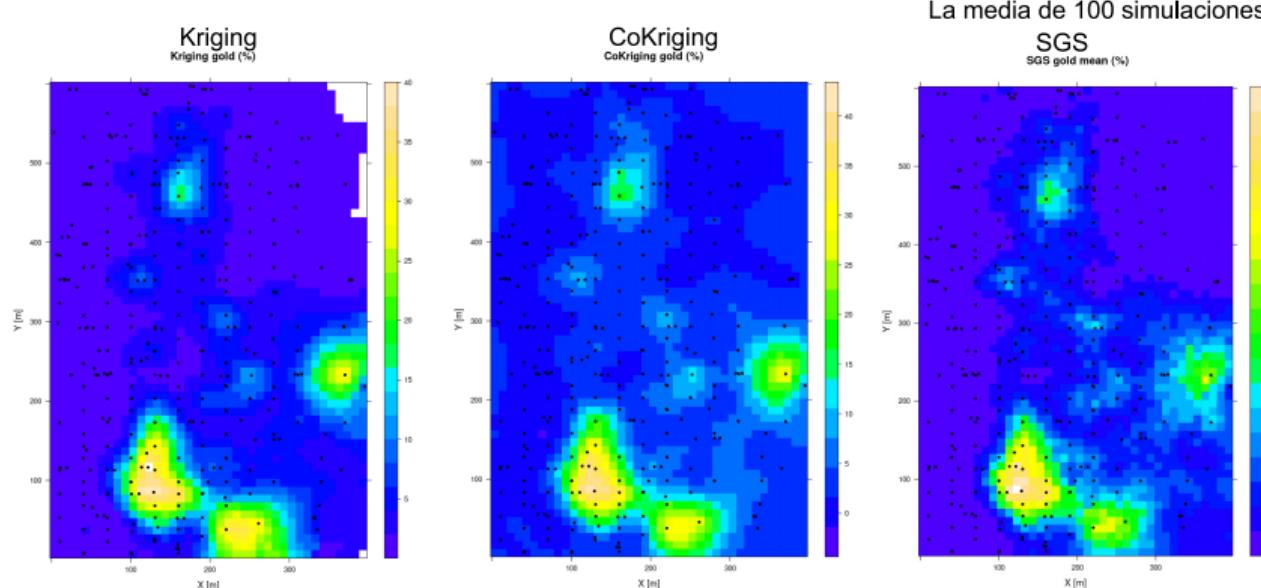


Figura 79: Oro sin transformar (isotrópico)

Desviación estándar

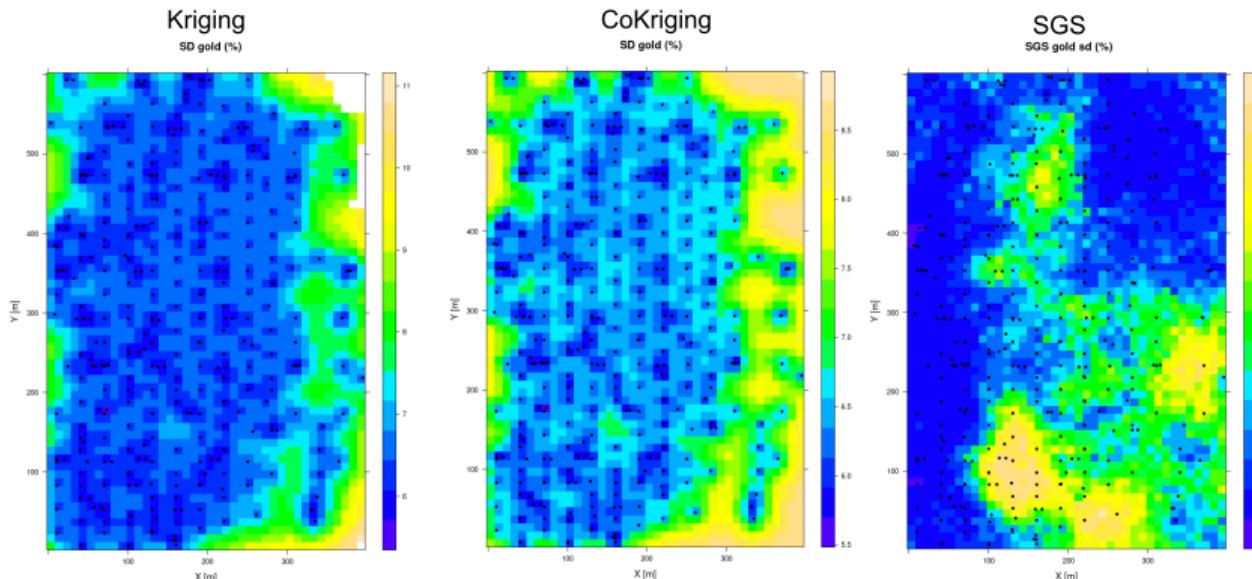


Figura 80: Oro sin transformar (isotrópico)

Agradecimiento especial

Al estudiante de doctorado M. en C. Daniel Vázquez Ramírez, por su desinteresado apoyo en la conversión de esta presentación del curso de Powerpoint a Latex con Beamer.

Gracias por su atención