

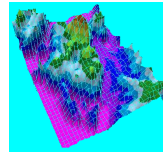
# GEOESTADÍSTICA APLICADA

Estimación de la precipitación usando datos de pluviómetros y radar

Dr. Martín A. Díaz Viera



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE MÉXICO  
mdiazv@imp.mx



# Contenido I

- 1 **Introducción**
  - Objetivo
  - Antecedentes
  - Información disponible
  - Preprocesamiento de los datos
- 2 **Análisis Geoestadístico Univariado**
  - Análisis preliminar
  - Análisis exploratorio
  - Estimación espacial usando Kriging
  - Interpretación de los resultados
- 3 **Análisis Geoestadístico Conjunto**
  - Análisis Bivariado
  - Modelo de correogionalización lineal

## Contenido II

- Estimación espacial usando CoKriging
- Interpretación de los resultados

### 4 Conclusiones y trabajo futuro

- Conclusiones
- Trabajo futuro
- Referencias

# Objetivo

- Estimación mediante un enfoque geoestadístico de la distribución espacial de la precipitación en el Valle de México usando de manera conjunta datos de pluviómetros y de radar meteorológico

# Antecedentes

Existen dos maneras de estimar la precipitación usando mediciones de radar:

- Usando relaciones Z-R para hacer transformaciones de reflectividad del radar (dBZ) en intensidad de lluvia (mm/h)
- Ajustando las mediciones de radar usando mediciones de pluviómetros

# Antecedentes

Existen dos maneras de estimar la precipitación usando mediciones de radar:

- Krajewski, W.F., (1987), Cokriging radar-rainfall and rain gage data, J. Geophys. Res., 92, (D8), 9571-9580.
- Anhert, P., W. Krajewski y E. Johnson, (1986), Kalman filter estimation of radar-rainfall field bias, Memorias XXIII Conferencia de radar meteorológico, Amer. Meteor. Soc., pp JP 33-37.

## Información disponible

- **Datos de radar**

Las imágenes de radar que se usaron son de 8 bits de  $240 \times 240$  km con resolución de 1 km en la presentación pseudo-CAPPI a 2 km de altura sobre el sitio de radar y se obtienen cada quince minutos.

- **Datos de pluviómetros**

Son de la red de 61 pluviómetros en el área metropolitana de la ciudad de México que reportan, vía radio, cada minuto la lluvia acumulada en ese intervalo a una computadora central.

## Preprocesamiento de los datos

- Se calculó la lluvia acumulada en una hora para los datos de radar y de pluviómetros.
- En el caso del radar se utilizó la relación Z-R del tipo  $Z = 300R^{1.4}$ , que se usa en los radares de Estados Unidos, para transformar la reflectividad del radar (dBZ) en intensidad de lluvia (mm/h).



# Preprocesamiento de los datos

- Para cada sitio donde están ubicados los pluviómetros se encuentra la intensidad de lluvia (mm/h) en los nueve píxeles circundantes de la imagen de radar, que incluye el píxel donde está situado el pluviómetro y los ocho píxeles a su alrededor.
- En el caso de las mediciones de los pluviómetros se consiguieron los archivos con los registros de lluvia y se calculó la lluvia acumulada horaria en cada uno de los pluviómetros.

# Preprocesamiento de los datos

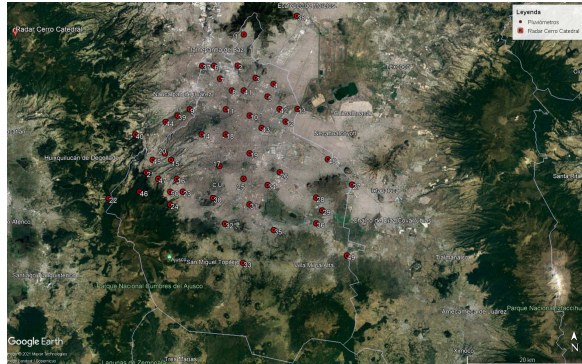


Figura 1: Ubicación del radar meteorológico de Cerro Cathedral y la red pluviométrica.

# Análisis Geoestadístico Univariado

- 1 Análisis preliminar de los datos
- 2 Análisis exploratorio de los datos
- 3 Estimación del variograma
- 4 Modelación del variograma
- 5 Validación del modelo de variograma
- 6 Estimación espacial usando Kriging
- 7 Interpretación de los resultados

## Análisis preliminar

- Se tomaron las mediciones de pluviómetros disponibles para la tormenta del 15 de julio de 1997 y en los puntos correspondientes a los pluviómetros se calculó el valor de lluvia usando los valores de radar según la metodología expuesta.
- Los valores de precipitación con sus coordenadas en UTM se introdujeron en una base de datos en excel, Pluv-Radar.xls, resultando un total de 50 puntos de medición.

# Análisis preliminar

- Se procedió a depurar la muestra en forma tal, que los datos fueran consistentes con la información que se poseía, sin que se detectaran inconsistencias en este sentido.
- En el trabajo original publicado [Díaz-Viera et al., 2009] fue realizado con el programa GEOESTAD [Díaz-Viera and Barandela-Alonso, 1994], pero aquí se aplicaron los scripts de R del paquete RGEOESTAD [Díaz-Viera et al., 2010].

# Análisis exploratorio

Estadígrafos	Radar(mm)	Pluv(mm)
Muestras	50	50
Mínimo	0.18	0.25
1° cuartil	0.88	0.31
Mediana	1.42	1.00
Media	1.83	1.47
3° cuartil	2.37	1.94
Máximo	7.79	7.75
Rango	7.61	7.50
Rango intercuartil	1.49	1.62
Varianza	2.47	2.57
Desviación estándar	1.57	1.60
Simetría	2.02	2.47
Curtosis	7.99	10.05

Tabla 1: Estadística básica.

## Análisis de la distribución

Los histogramas muestran una fuerte asimetría positiva tanto en los datos de pluviómetro como de radar.

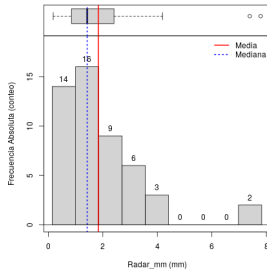


Figura 2: Histograma de Radar.

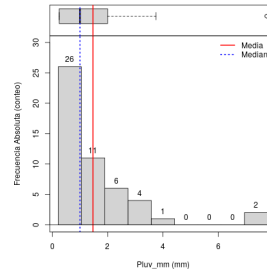


Figura 3: Histograma de Pluviómetro.

# Análisis de outliers distribucionales

Se detectaron en ambas muestras dos outliers distribucionales, asociados a los valores más altos de precipitación y que coinciden en sus posiciones

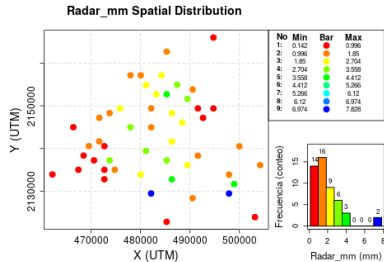


Figura 4: Distribución espacial Radar.

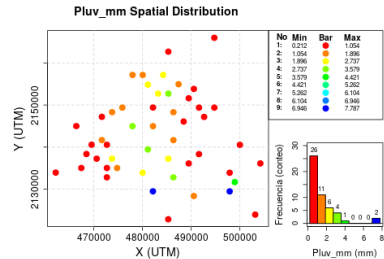


Figura 5: Distribución espacial Pluviómetro.



## Transformación logarítmica de los datos

Para resolver el problema de la asimetría de las distribuciones se propone hacer una transformación logarítmica de los datos.

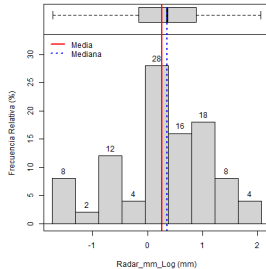


Figura 6: Histograma de log(Radar).

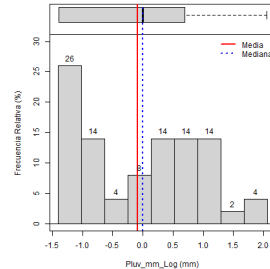


Figura 7: Histograma de log(Pluviómetro).

# Estadística básica de los datos log transformados

Estadígrafos	logRadar(mm)	logPluv(mm)
Muestras	50	50
Mínimo	-1.71	-1.39
1° cuartil	-0.13	-1.21
Mediana	0.35	0.00
Media	0.27	-0.09
3° cuartil	0.86	0.66
Máximo	2.05	2.05
Rango	3.77	3.43
Rango intercuartil	1.00	1.87
Varianza	0.80	1.00
Desviación estándar	0.89	1.00
Simetría	-0.46	0.11
Curtosis	2.87	2.01

Tabla 2: Estadística básica.

# Análisis de estacionaridad

Ambos casos muestran presencia de tendencia en  $X$ .

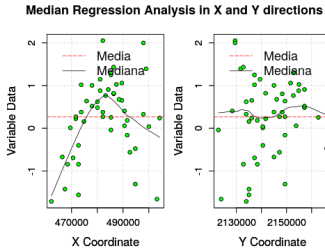


Figura 8: Gráficas de logRadars por X y Y.

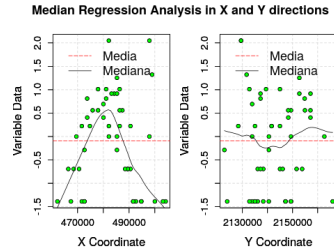


Figura 9: Gráficas de logPluv por X y Y.

## Análisis de estacionaridad

Los variogramas adireccionales no muestran presencia significativa de tendencia.  
Nlags = 10, DistMin = 1,525.8 m, DistMax = 45,696.16 m, lagvalue = 2,284.80 m

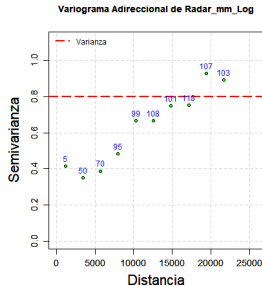


Figura 10: Variograma de logRadar.

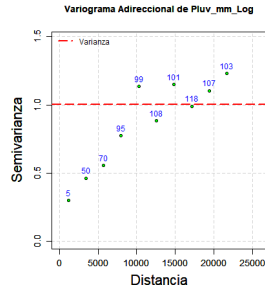


Figura 11: Variograma de logPluv.

# Análisis de anisotropía

Variogramas estimados en las direcciones:  $0^\circ$  ,  $45^\circ$  ,  $90^\circ$  y  $135^\circ$  con ventanas de  $22.5^\circ$ .

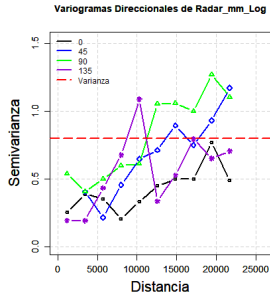


Figura 12: Variogramas direccionales logRadar.

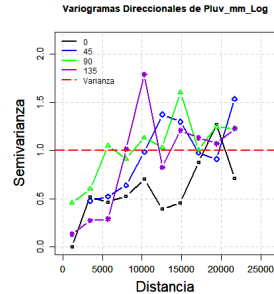


Figura 13: Variogramas direccionales logPluv.

# Ajuste inicial mediante mínimos cuadrados ponderados

Variable	Modelo	Nugget	Sill-Nugget	Alcance	MSE
logRadar	Gaussiano	0.38	0.64	16,156	0.02
logPluv	Gaussiano	0.28	0.83	7,955	0.09

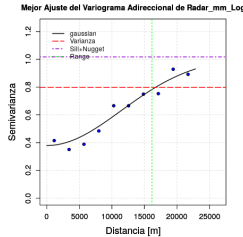


Figura 14: Ajuste variograma logRadar.

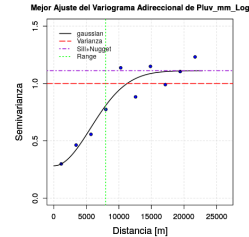


Figura 15: Ajuste variograma logPluv.

# Ajuste final mediante prueba y error

Variable	Modelo	Nugget	Sill-Nugget	Alcance	MSE
logRadar	Exponencial	0.17	1.08	20,000	0.05
logPluv	Esférico	0.08	1.02	15,000	0.11

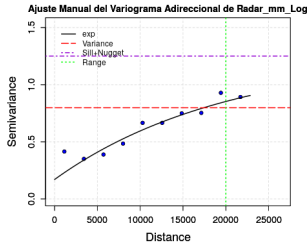


Figura 16: Ajuste variograma logRadar.

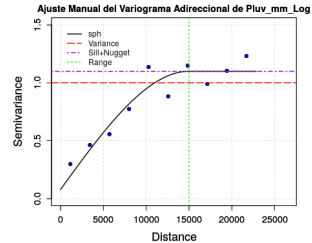
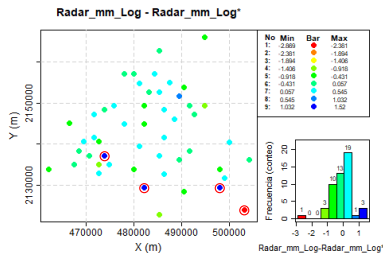


Figura 17: Ajuste variograma logPluv.

# Validación cruzada de logRadars



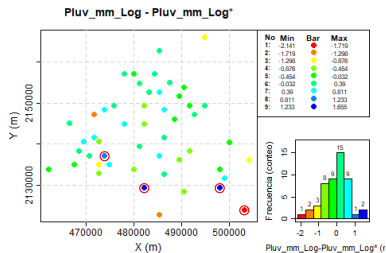
Estadígrafo	Z	Z*	Z-Z*
Muestras	50	50	50
Mínimo	-1.71	-1.36	-2.85
1º cuartil	-0.13	-0.12	-0.53
Mediana	0.35	0.47	0.02
Media	0.26	0.36	-0.10
3º cuartil	0.86	0.85	0.24
Máximo	2.05	1.43	1.49
Rango	3.76	2.79	4.34
Rango intercuartil	0.99	0.97	0.77
Varianza	0.79	0.44	0.51
Desviación estándar	0.89	0.67	0.72
Simetría	-0.46	-0.65	-0.83
Curtosis	2.09	2.72	6.38

Tabla 3: Estadística básica.

Figura 18: Mapa Z – Z\* de logRadars.



# Validación cruzada de logPluv



Estadígrafo	Z	Z*	Z-Z*
Muestras	50	50	50
Mínimo	-1.38629	-1.43082	-2.12230
1° cuartil	-1.21301	-0.45397	-0.51107
Mediana	0	-0.08175	0.00058
Media	-0.09031	0.00660	-0.09691
3° cuartil	0.65976	0.66783	0.33242
Máximo	2.04769	1.35820	1.63607
Rango	3.43399	2.78902	3.75837
Rango intercuartil	1.87277	1.12180	0.84350
Varianza	1.00045	0.53289	0.51560
Desviación estándar	1.00022	0.72999	0.71806
Simetría	0.11239	-0.25271	-0.30157
Curtosis	2.01197	2.07699	3.72457

Tabla 4: Estadística básica.

Figura 19: Mapa  $Z - Z^*$  de logPluv.

# Estimación espacial usando Kriging

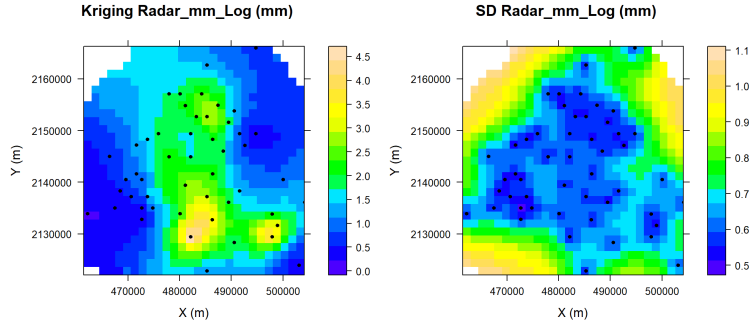
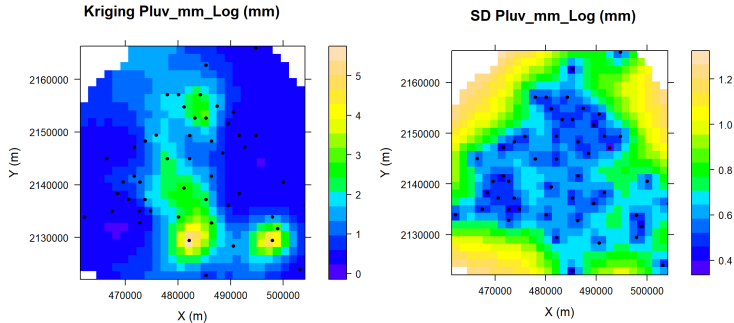


Figura 20: Estimación de la precipitación con Radar usando Kriging Ordinario Puntual. Malla de  $1,525.8 \times 1,525.8$  m.

# Estimación espacial usando Kriging



**Figura 21:** Estimación de la precipitación con Pluviómetros usando Kriging Ordinario Puntual. Malla de  $1,525.8 \times 1,525.8$  m.

## Interpretación de los resultados

- El mapa obtenido usando Kriging con los datos de los Pluviómetros recoge la variabilidad espacial en general de la precipitación pero suavizada.

# Análisis Geoestadístico Conjunto

- 1 Análisis Geoestadístico Univariado
- 2 Análisis Bivariado de los Datos de Pluviómetros y de Radar
- 3 Estimación del variograma cruzado
- 4 Modelación del variograma cruzado
- 5 Modelo de correogionalización lineal
- 6 Validación del modelo
- 7 Estimación espacial usando CoKriging
- 8 Interpretación de los resultados

# Análisis Bivariado

## Estimados de precipitación usando Kriging Ordinario Puntual

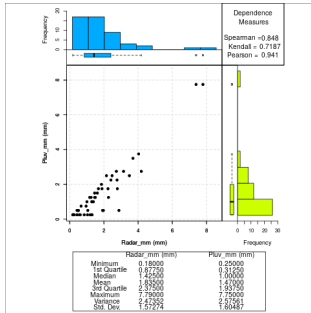


Figura 22: Diagrama de dispersión Pluv-Radar.

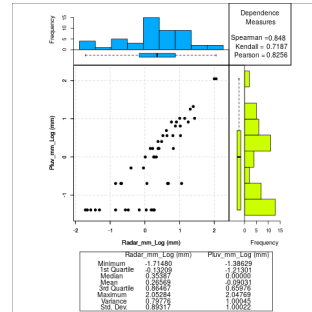


Figura 23: Diagrama de dispersión logPluv-logRadar.

# Estimación del Variograma Cruzado

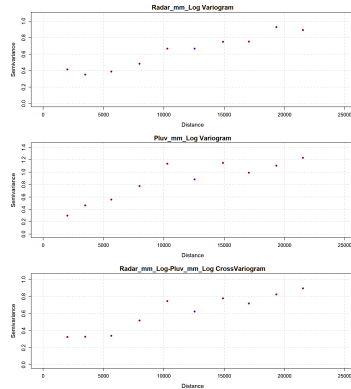
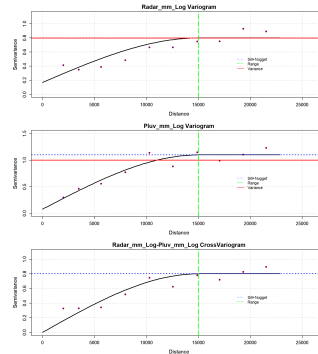


Figura 24: Variogramas adireccionales estimados logRadar, logPluv y logRadar-logPluv.

# Modelo de correogionalización lineal

Variable	Modelo	Nugget	Sill-Nugget	Alcance	MSE
logPluv.	Esférico	0.08	1.02	15,000	
logRadar	Esférico	0.17	0.63	15,000	
logPluv.-logRadar	Esférico	0.001	0.80	15,000	

**Tabla 5:** Variogramas adireccionales ajustados logRadar, logPluv y logRadar-logPluv.



**Figura 25:** Variogramas adireccionales ajustados logRadar, logPluv y logRadar-logPluv.



## Modelo de correogionalización lineal

- El modelo de correogionalización lineal resultante de logPluv. y logRadar es:

$$\begin{pmatrix} \gamma_{PP}(\underline{h}) & \gamma_{PR}(\underline{h}) \\ \gamma_{RP}(\underline{h}) & \gamma_{RR}(\underline{h}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.08 & 0.001 \\ 0.001 & 0.17 \end{pmatrix} \gamma_0(\underline{h}) + \begin{pmatrix} 1.02 & 0.8 \\ 0.8 & 0.63 \end{pmatrix} \gamma_1(\underline{h}) \quad (1)$$

donde  $\gamma_0(\underline{h})$  es el efecto nugget, y  $\gamma_1(\underline{h})$  es el modelo esférico con alcance 15 Km.

- Se puede observar que el modelo es válido, ya que los determinantes son positivos:

$$\det \begin{pmatrix} 0.08 & 0.001 \\ 0.001 & 0.17 \end{pmatrix} = 0.013 > 0, \det \begin{pmatrix} 1.02 & 0.8 \\ 0.8 & 0.63 \end{pmatrix} = 0.003 > 0 \quad (2)$$

# Estimación espacial usando CoKriging

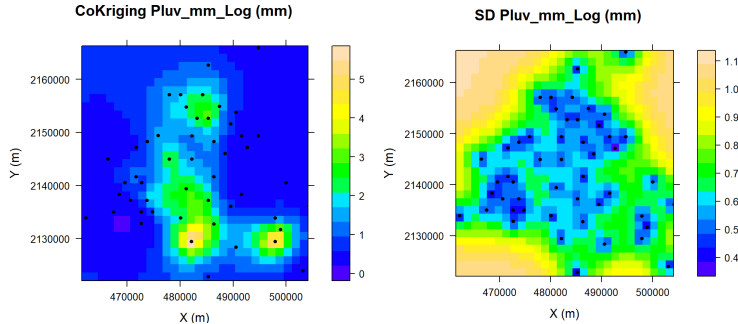


Figura 26: Estimación espacial usando CoKriging Ordinario Puntual. Malla de  $1,525.8 \times 1,525.8$  m.

## Estimación espacial: Kriging vs. CoKriging

Comparación de la distribución espacial estimada.

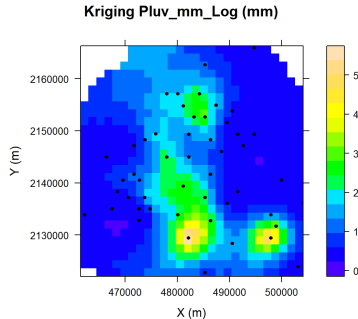


Figura 27: Kriging de Pluviómetros

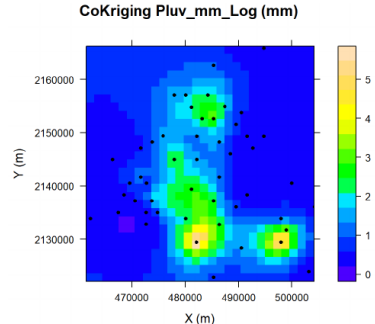


Figura 28: CoKriging de Pluviómetros y Radar.

## Estimación espacial: Kriging vs. CoKriging

Comparación de la desviación estándar del error de la estimación.

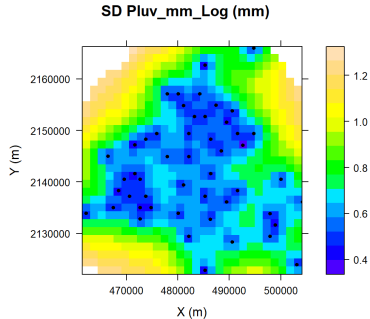


Figura 29: Kriging de Pluviómetros

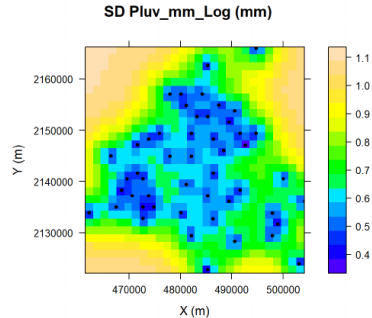


Figura 30: CoKriging de Pluviómetros y Radar.

# Interpretación de los resultados

- El CoKriging con los datos de Radar refleja la variabilidad espacial con menor error.

# Conclusiones

- Los enfoques geoestadísticos permiten obtener estimaciones óptimas cuando se realizan apegadas a las metodologías.
- El uso del Kriging debe estar asociado a un análisis geoestadístico.
- En su defecto se recomienda usar estimadores del tipo de distancias inversas.

## Trabajo futuro

- Tomar en cuenta como otras variables como la orografía.
- Estimaciones Espacio-Temporales de la distribución de las precipitaciones con un enfoque geoestadístico.

# Referencias I

[Díaz-Viera et al., 2009] Díaz-Viera, M., Herrera, G. S., and Valdés, A. (2009).

A Linear Coregionalization Model For Spatial Rainfall Estimation In The Mexico City Valley Combining Rain Gages Data And Meteorological Radar Images.

*Revista Ingeniería Hidráulica en México*, XXIV(3):63–90.

[Díaz-Viera and Barandela-Alonso, 1994] Díaz-Viera, M. A. and Barandela-Alonso, R. (1994).

GEOESTAD: Un sistema de computación para el desarrollo de aplicaciones geoestadísticas.

In *II Taller Internacional Informática y Geociencias, GEOINFO-94*.



## Referencias II

[Díaz-Viera et al., 2010] Díaz-Viera, M. A., Méndez-Venegas, J., and Hernández-Maldonado, V. (2010).

RGEOESTAD: Un programa de código abierto para aplicaciones geoestadísticas basado en R-Project.

Technical report, <http://mmc2.geofisica.unam.mx/gmee/paquetes.html>.