

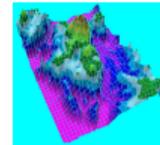
GEOESTADÍSTICA APLICADA

Tema: Métodos de Simulación

Dr. Martín A. Díaz Viera,
Dr. Ricardo Casar González



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE MÉXICO
mdiazv@imp.mx



Contenido I

- 1 **Introducción**
 - Objetivos de la simulación
 - Condicionamiento
 - Simulación vs Estimación
 - Simulación Condicional
- 2 **Métodos de simulación**
 - Métodos de simulación
 - Métodos de tipo Gaussiano
- 3 **Métodos para F.A. continuas**
 - Métodos para F.A. continuas
 - Método de Bandas Rotantes
 - Método de Recocido Simulado
 - Método Secuencial Gaussiano

Contenido II

- 4 Métodos para F.A. categóricas
 - Método Secuencial Indicador
 - Método Gaussiano Truncado o Monogaussiano
 - Método Plurigaussiano
 - Método Booleano o de Objetos

Introducción

- Las estimaciones espaciales obtenidas empleando incluso Kriging, son demasiadas imprecisas debido a la carencia de información (incertidumbre).
- No se dispone de un conocimiento exacto de la realidad in situ la información disponible en muchos casos está usualmente muy fragmentada y se limita fundamentalmente al conocimiento de unos pocos puntos muestrales.
- Una simulación entonces consiste en obtener una nueva realización de la F.A..

Objetivos de la simulación

- La idea básica detrás de las **simulaciones estocásticas** consiste en obtener nuevas realizaciones “artificiales” de una F.A. de manera tal que éstas posean las mismas propiedades estadísticas de la F.A..
- Pero no conocemos con precisión las propiedades estadísticas de las F.A. y cuando más lo que podemos hacer es inferirlas a través de una sola realización o muestra de la misma.
- Entonces lo que se hace es intentar obtener realizaciones simuladas que sean estadísticamente equivalentes a la muestra que se posee de la F.A..

Objetivos de la simulación

- La **equivalencia estadística** en un sentido estricto significa que todas las simulaciones tengan la misma distribución de probabilidad de la F.A. que se simula.
- Mayormente nos tenemos que conformar con que al menos reproduzcan los momentos de primer y segundo orden que inferimos a partir de una muestra de la F.A..

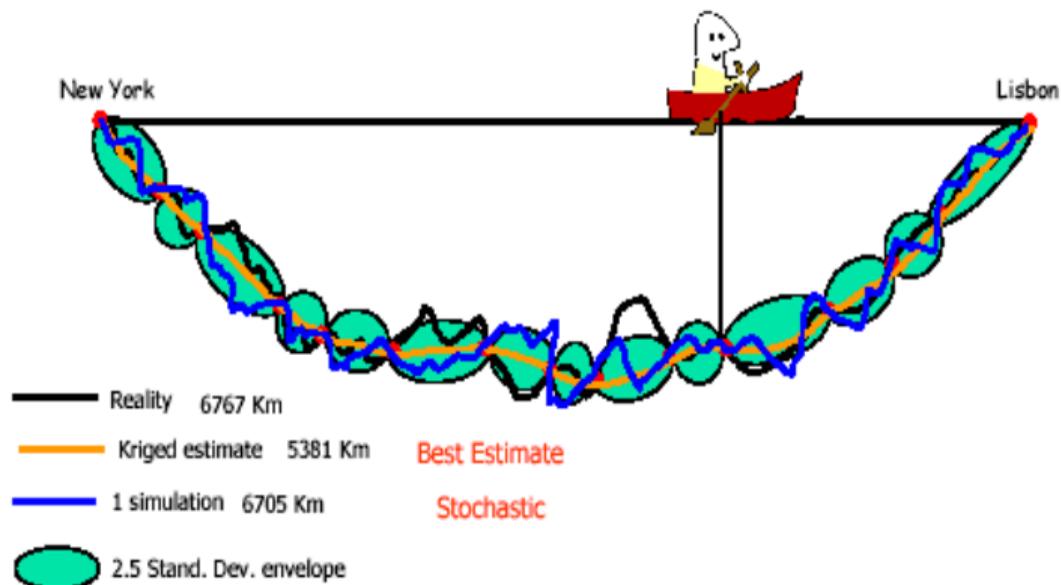
Condicionamiento

- Resulta deseable quedarse solamente con aquellas simulaciones que en los puntos muestrales los valores simulados coinciden con los valores experimentales
- A estas realizaciones de la F.A. se les conoce como:

“Simulaciones Condicionales”

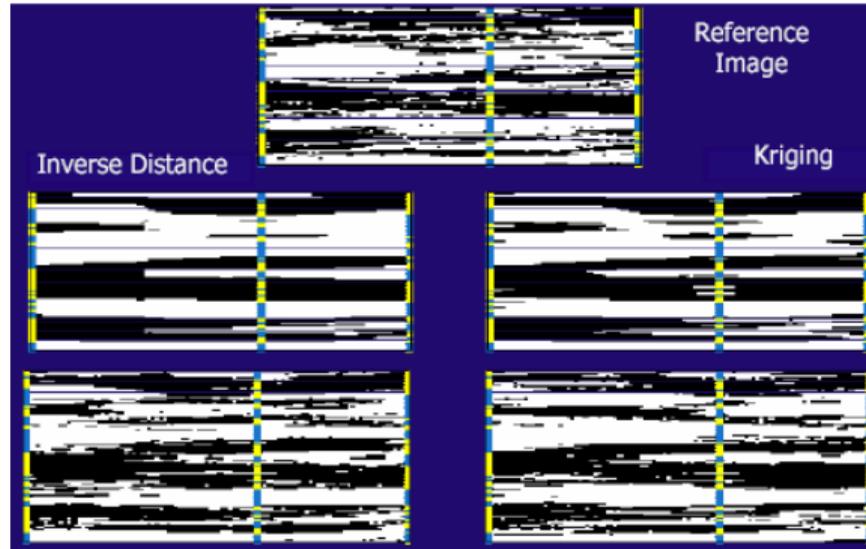
Simulación vs Estimación

- El Kriging produce un suavizado de las dispersiones (variabilidades) reales.



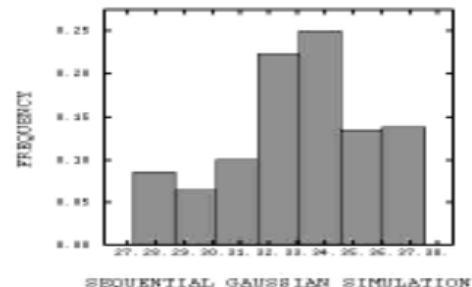
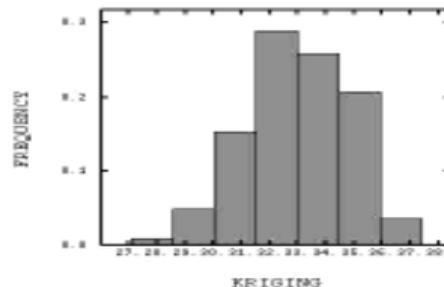
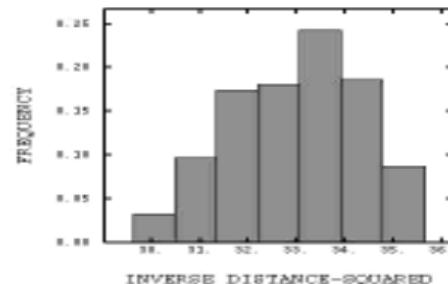
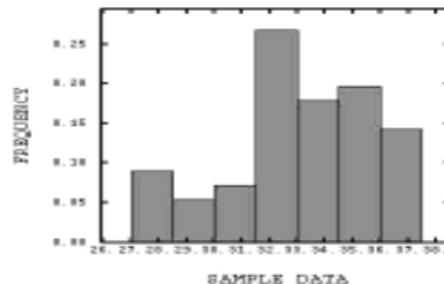
Simulación vs Estimación

- Mientras que las simulaciones reproducen la variabilidad espacial de los valores reales.



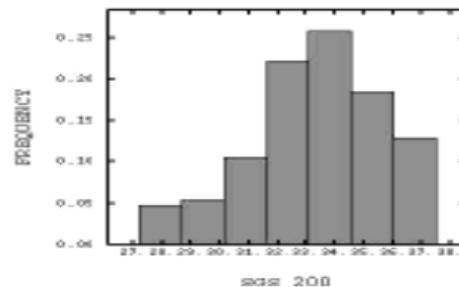
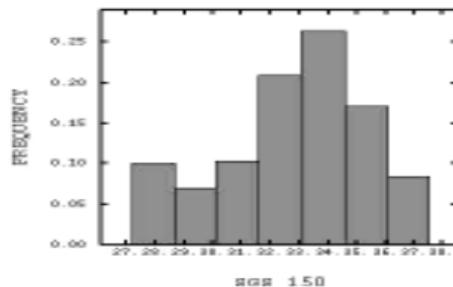
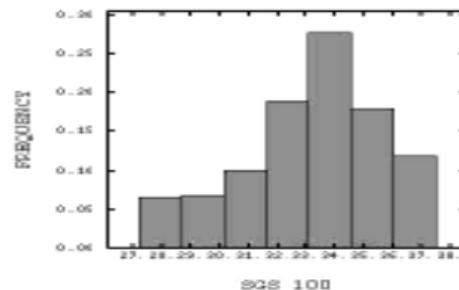
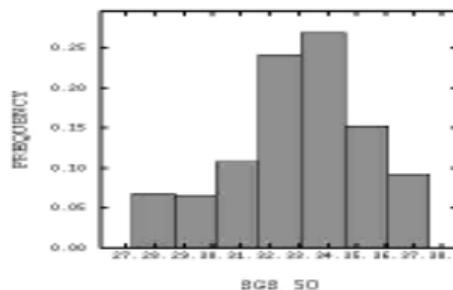
Simulación vs Estimación

- Los estimadores no reproducen las propiedades estadísticas de la F.A..



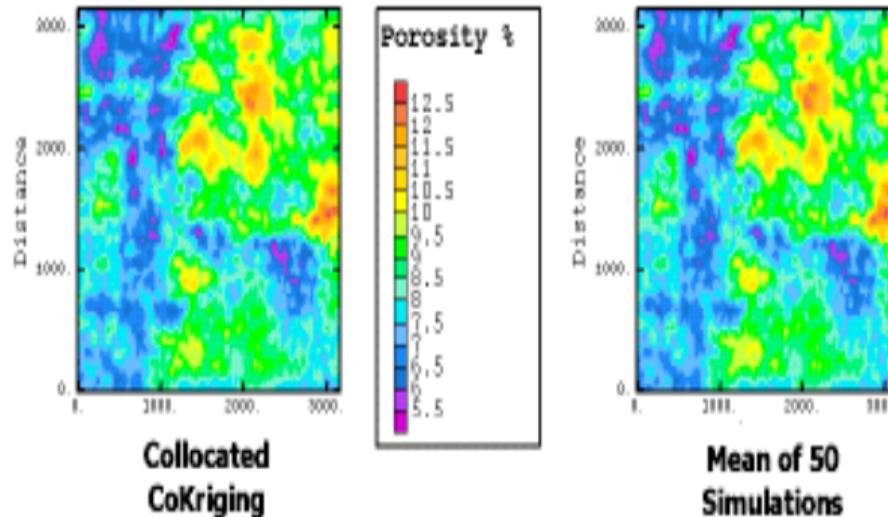
Simulación vs Estimación

- Mientras que la simulación reproduce las propiedades estadísticas de la F.A..



Simulación vs Estimación

- Cuando se cuenta con “muchísima información” pueden ser equivalentes o complementarios



Simulación vs Estimación

- **Estimaciones**

- * Dependen fuertemente número de puntos y de su distribución espacial
- * No requieren de mucho esfuerzo de computo

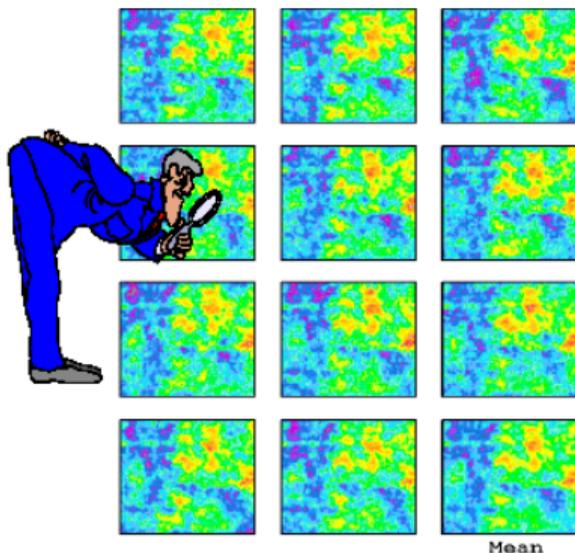
- **Simulaciones**

- * No dependen tan fuertemente del número de puntos y de su distribución espacial
- * Son más demandantes computacionalmente

Simulación Condicional

- Existe un número infinito de realizaciones que cumplen con la condición de que sus valores simulados coinciden con los valores experimentales
- La simulación condicional puede ser perfeccionada agregándole toda una suerte de información cualitativa disponible del fenómeno real.
- Como por ejemplo en el caso de un yacimiento se le puede añadir la geometría de las fallas principales, restringir la variación de una facies con la sísmica, complementar el conocimiento de una propiedad petrofísica con un atributo sísmico, etc.

Simulación Condicional



- !!! Todas las simulaciones son equiprobables!!!
- Pregunta: ¿Cuál debemos usar?
- Respuesta: Tomar el promedio

Métodos de simulación

Método	Condicional	Gaussiano	Malla regular
Secuencial Indicador	Si	No	No
Gaussiano Truncado	Si	Si	No
Plurigausiano	Si	Si	No
Booleano	No	No	No
Bandas Rotantes	No	Si	No
Secuencial Gaussianos	Si	Si	No
Recocido Simulado	Si	No	Si

Métodos de simulación

- Según la geometría:
 - Basadas en celdas (píxeles)

Pixel



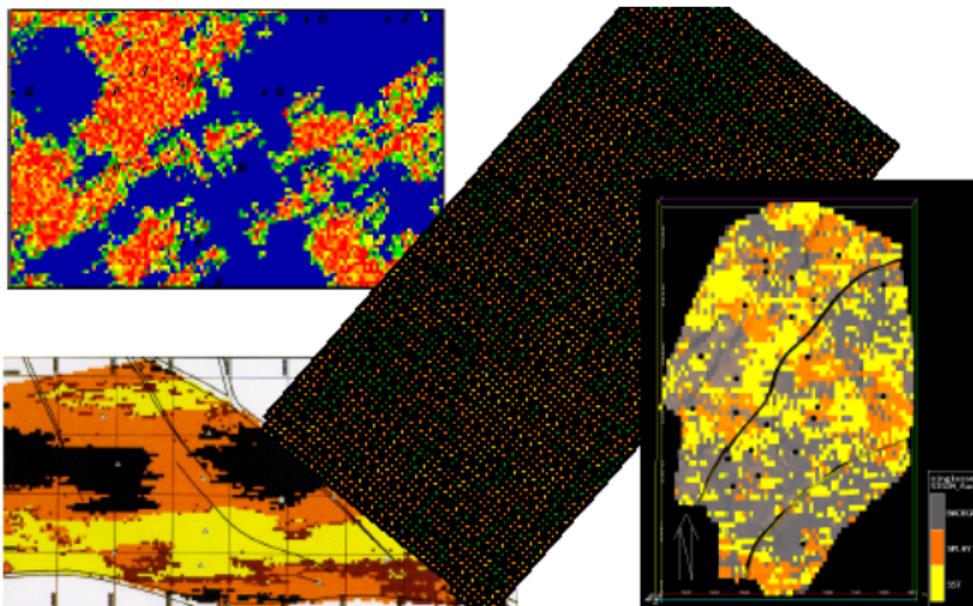
- Basadas en objetos (booleanas)

Object



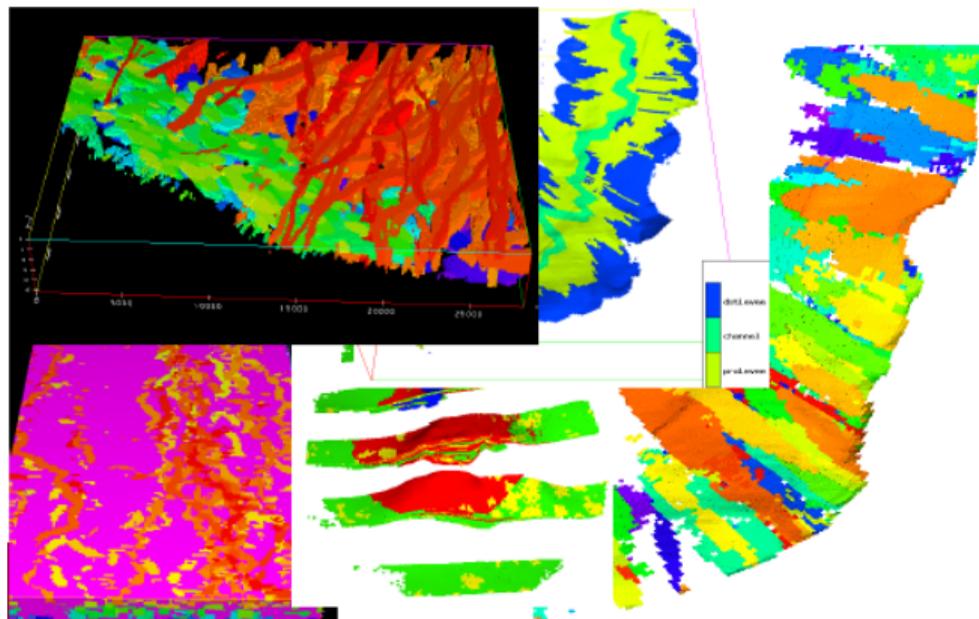
Métodos de simulación

- Métodos de simulación basados en celdas (pixeles)



Métodos de simulación

- Métodos de simulación basados en objetos (booleanas)



Métodos de tipo Gaussiano

- Estos métodos requieren que la FDP multivariada de la función aleatoria a simular sea Gaussiana.
- La mayoría de los fenómenos de ciencias de la tierra no presentan histogramas simétricos y mucho menos gaussianos.
- Necesitamos transformar a la F.A. de manera que resulte su FDP normal.

Métodos de tipo Gaussiano

- A este tipo de transformación se le conoce como **anamorfosis**.
- En la práctica los n datos de la muestra de \mathbf{Z} son ordenados de modo creciente :

$$z^{(1)} \leq z^{(2)} \leq \dots \leq z^{(n)} \quad (1)$$

- La FDP acumulativa de está dada por

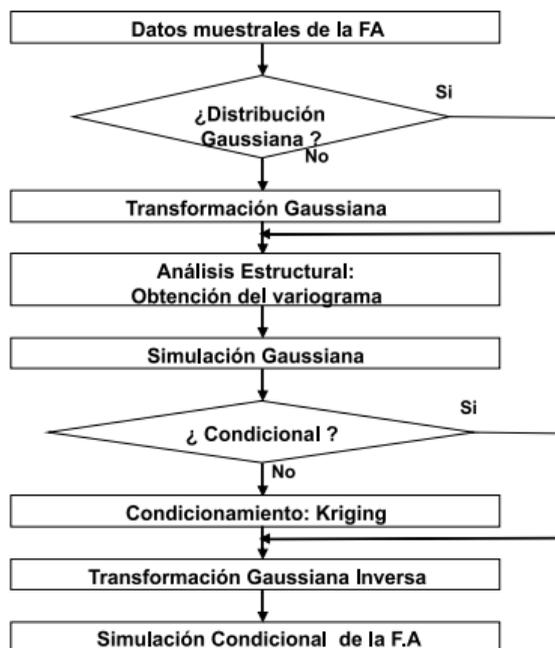
$$F_Z \left(z^{(k)} \right) = \frac{k}{n} \quad (2)$$

- Entonces la transformación correspondiente sería

$$y^{(k)} = G^{-1} \left(\frac{k}{n} \right) \quad (3)$$

Métodos de tipo Gaussiano

- Esquema general de las Simulaciones de tipo Gaussianas



Métodos de simulación

- Métodos para F.A. categóricas
- Métodos para F.A. continuas

Métodos de Simulación

para F.A. continuas

Métodos para F.A. continuas

Métodos de simulación para datos continuos:

- Bandas Rotantes
- Recocido Simulado
- Secuencial Gaussiano

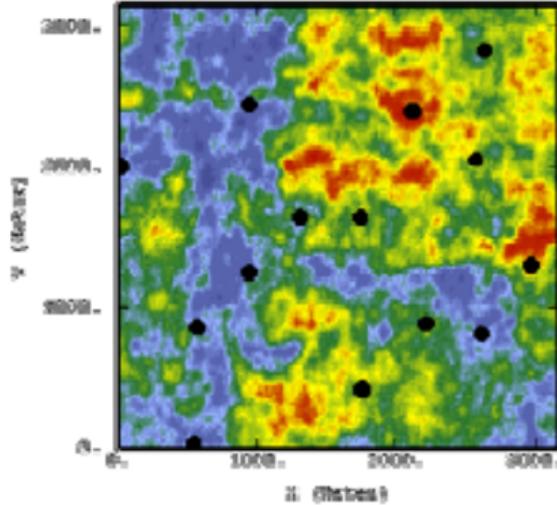
Método de Bandas Rotantes

- La originalidad del método conocido como de **bandas rotantes** se debe a G. Matheron, el cual consiste en reducir el problema de obtener una simulación en tres dimensiones a varias simulaciones independientes en una sola dimensión a lo largo de ciertas líneas rotadas uniformemente en el espacio tridimensional
- Por lo que este método produce simulaciones n -dimensionales a un costo de computo razonable, equivalente de hecho al costo de las simulaciones unidimensionales.
- La simulación en un punto arbitrario resulta de la suma de las proyecciones de este punto sobre las líneas.

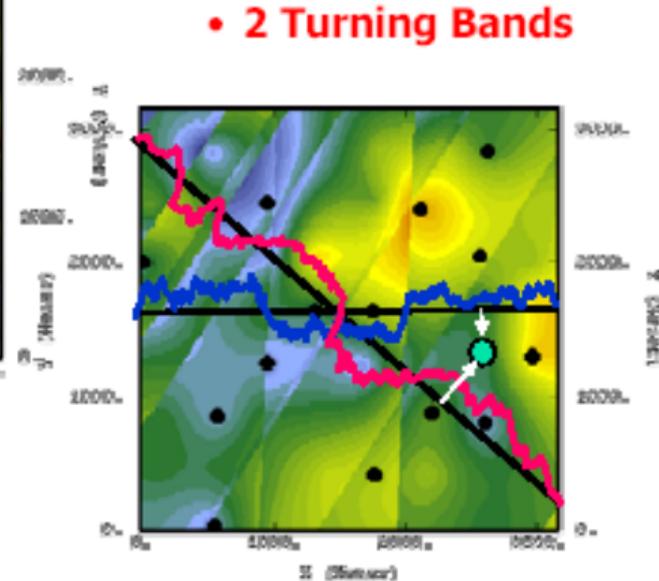
Método de Bandas Rotantes

- Es uno de los métodos más eficientes para producir simulaciones en varias dimensiones puesto que reduce su complejidad al orden de las simulaciones en una dimensión. Usualmente se emplea el método espectral.
- Como dificultades prácticas se le debe apuntar que requiere del conocimiento o del cálculo de la función de covarianza unidimensional.

Método de Bandas Rotantes



• 400 Turning Bands



Método de Recocido Simulado

- El **recocido simulado** (simulated annealing) es un método heurístico que permite la generación de simulaciones condicionales sujetas a restricciones complejas.
- Fue introducido por Kirkpatrick (1983) como un método de optimización para la solución de problemas combinatorios (discretos).
- Su nombre proviene por la analogía del método con el proceso de enfriamiento lento del metal fundido de manera que alcance un estado de mínima energía el cual corresponde a una estructura cristalina pura completamente ordenada del metal.
- Si el enfriamiento no se realiza con la lentitud adecuada, el metal no alcanza dicho estado y degenera en una estructura amorfa o policristalina.

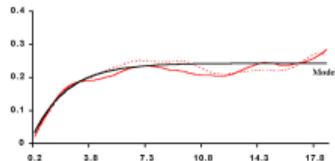
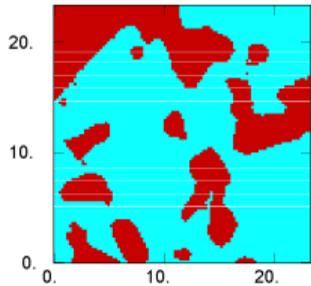
Método de Recocido Simulado

- Se parte de una imagen inicial de la cual se conoce su función de distribución de probabilidad (FDP) y/o su función de correlación o variograma
- Se crea una imagen inicial con una arreglo de datos aleatorio (pero apegado al histograma conocido). A esta imagen inicial se le calcula su valor de la función objetivo
- Se toman pares de datos de manera aleatoria y se realizan un intercambio entre ellos, en cada intercambio de datos se calcula la función objetivo y se evalúa su alteración (decremento o incremento)
- Termina cuando se alcanza una de las condiciones: el número máximo de iteraciones o el error mínimo.

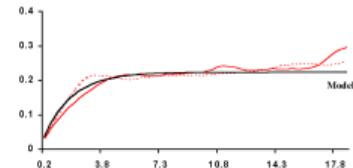
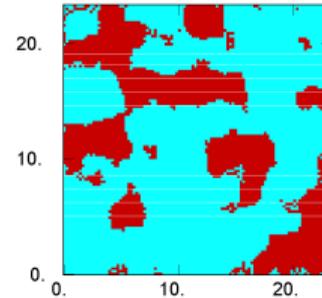
Método de Recocido Simulado

- Simulación de un medio poroso [Casar-González, 2003]

Tomografía computarizada

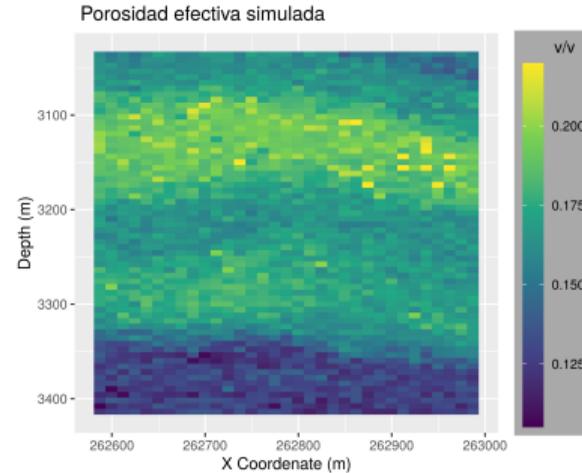
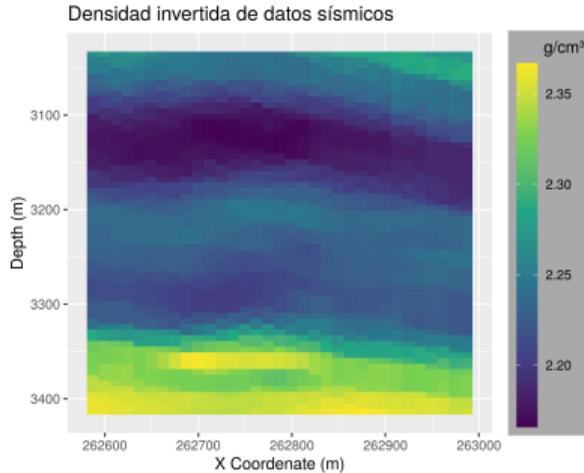


Recocido Simulado (derecha)



Método de Recocido Simulado

- Simulación basada en cópulas de la porosidad efectiva ($Phie$) usando como variable secundaria la densidad [Le et al., 2020]



Sección sísmica. Izquierda: R_{hob} , Derecha: $Phie$ simulada

Método Secuencial Gaussiano

- Un nuevo valor simulado se obtiene a partir de la FDP estimada usando los valores observados (reales) y los valores previamente simulados en una vecindad del punto.
- En dependencia de cómo se estime la función distribución de probabilidad, existen dos métodos secuenciales:
- **Secuencial Gaussiano**
- **Secuencial Indicador**

Método Secuencial Gaussiano

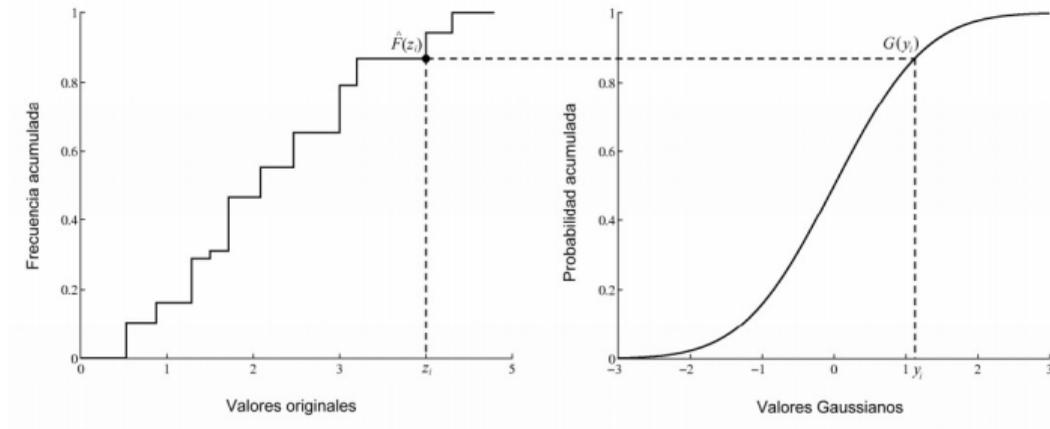
- Se obtiene mediante la estimación usando Kriging Ordinario (Simple) para el caso intrínseco (valor medio conocido).
- Se requiere del modelo del semivariograma basado en los datos transformados y cada vez que se obtienen los valores estimados son transformados hacia atrás a su escala original.
- Su dificultad principal estriba en el grado de conocimiento que se posea de la función distribución de probabilidad, lo cual puede ser suplido en parte por la experiencia previa sobre la naturaleza del fenómeno que se simula.
- Hay programas, como GSLIB y SGEMS que permiten extrapolar valores de la FDP, usando modelos potencia, hiperbólico y lineal.

Método Secuencial Gaussiano

- 1 Aplicar la transformación Gaussiana (anamorfosis) a los datos de entrada.
- 2 Estimar y modelar el semivariograma de datos transformados Gaussianos.
- 3 Definir una malla.
- 4 Elegir una ruta aleatoria para visitar cada celda de la malla.
- 5 Hacer en cada celda de la malla:
 - a) Considerar los datos originales y valores previamente simulados que se encuentran dentro de una vecindad previamente establecida.
 - b) Estimar la función de distribución de probabilidad como una Gaussiana con media y varianza dadas por la estimación del Kriging.
 - c) Obtener un nuevo valor simulado a partir de la distribución Gaussiana obtenida en el paso anterior.
- 6 Repetir el paso 5 hasta que se haya visitado cada celda de la malla.
- 7 Transformar los datos y todos los valores simulados de nuevo a su distribución original.

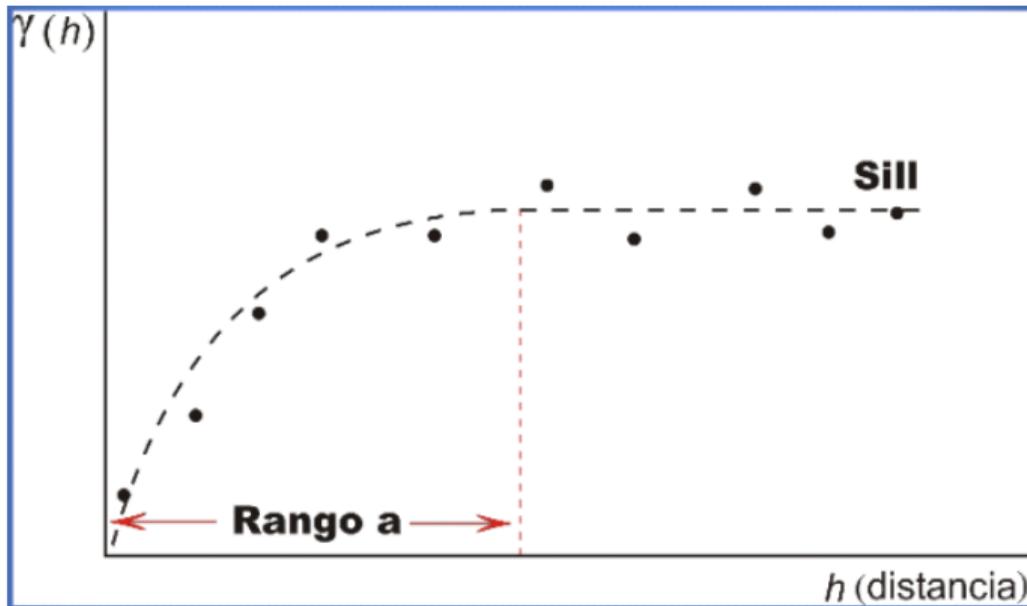
Método Secuencial Gaussiano

- 1 Aplicar la transformación Gaussiana (anamorfosis) a los datos de entrada:
 - La distribución de probabilidad usualmente no es Gaussiana.
 - Se requiere una transformación – anamorfosis– para convertirla en Gaussiana.
 - La transformación consiste en un mapeo



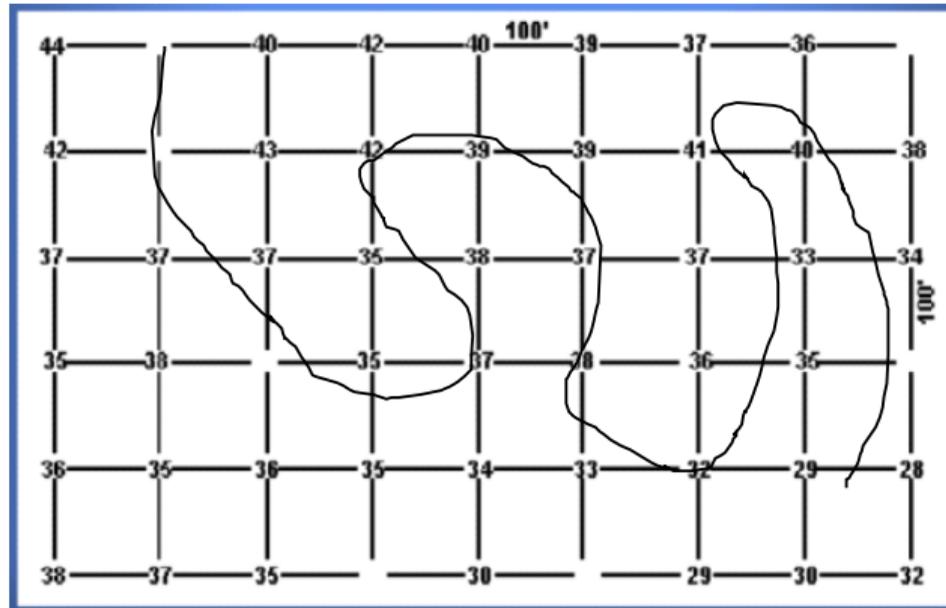
Método Secuencial Gaussiano

- Estimar y modelar el semivariograma de datos transformados.



Método Secuencial Gaussiano

- Elegir una ruta aleatoria para visitar cada celda de la malla



Método Secuencial Gaussiano

- 5 En cada celda de la malla:
 - a) Estimar la función de distribución de probabilidad como una Gaussiana con media y varianza dadas por la estimación del Kriging.

El algoritmo secuencial procede de la siguiente manera. Para cada sitio u_i ($i= 1, \dots, m$): Realizar el Kriging de $Y(u_i)$ a partir de los datos condicionantes $\{Y(x_1), \dots, Y(x_n)\}$ y de los valores previamente simulados $\{Y(u_1), \dots, Y(u_{i-1})\}$. Como resultado, se obtiene un valor estimado $Y^*(u_i)$ y una desviación estándar $\sigma^*(u_i)$

Método Secuencial Gaussiano

- 5 En cada celda de la malla:
 - a) Obtener un nuevo valor simulado a partir de la distribución Gaussiana obtenida en el paso anterior.

Simular un valor Gaussiano $Y(u_i)$, cuya media es igual a $Y^*(u_i)$ y cuya desviación estándar es igual a $\sigma^*(u_i)$:

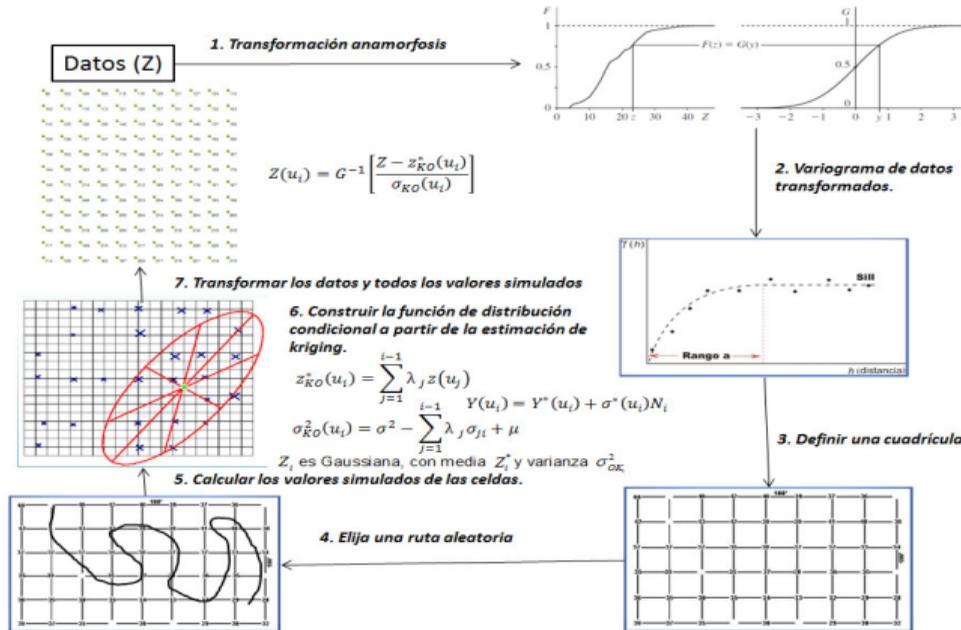
$$Y(u_i) = Y^*(u_i) + \sigma^*(u_i)N_i \quad (4)$$

donde N_i son valores generados a partir de una distribución Gaussiana estandarizada (media 0 y varianza 1), independientes de N_1, \dots, N_{i-1} y los datos originales $Y(x_1), \dots, Y(x_n)$.

- 6 Repetir el paso 5 hasta que se haya visitado cada celda de la malla.

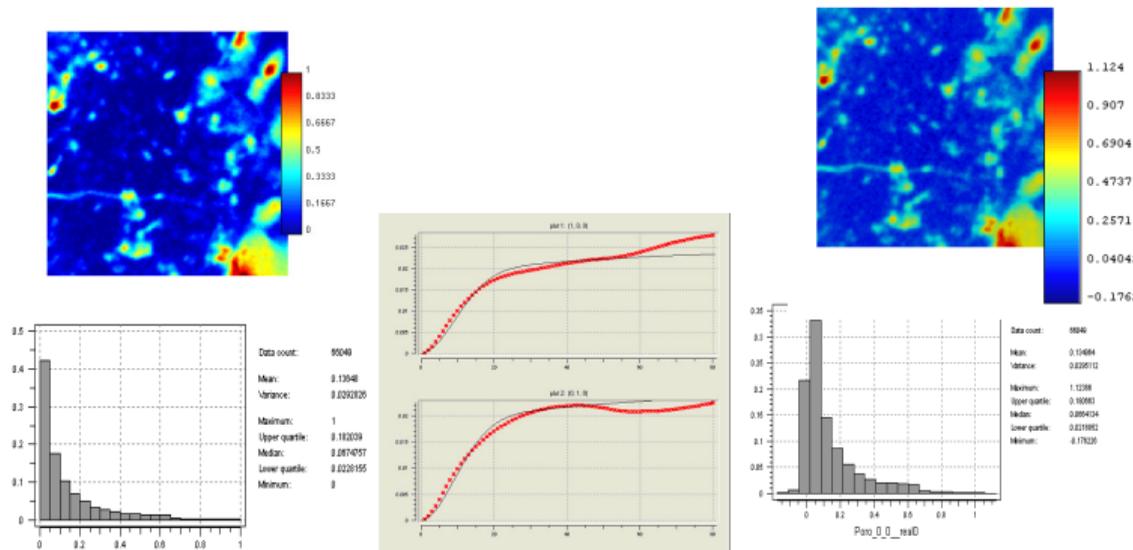
Método Secuencial Gaussiano

Algoritmo general



Método Secuencial Gaussiano

• Medio poroso vugular simulado usando SSG



Tomografía computarizada (izquierda) y simulación secuencial gaussiana (derecha).

Métodos de Simulación *** para F.A. categóricas

Métodos para F.A. categóricas

Métodos de simulación para datos discretos:

- Secuencial Indicador
- Gaussiano Truncado o Monogaussiano
- Plurigaussiano
- Booleano o de Objetos

Método Secuencial Indicador

- Desarrollado por [Alabert, 1987] y [Journel, 1989]. Es el caso correspondiente a la simulación de indicadores anidados usando el método secuencial.
- En particular si se considera un solo indicador debido a que toma valores sólo de 0 y 1, la distribución condicional se reduce su valor esperado condicional, que en general es no conocido.
- Alabert y Journel propusieron usar en su lugar la estimación mediante kriging simple del indicador, la cual preserva la media y la covarianza de la F.A. que comparado con el método de condicionamiento estándar tiene la ventaja de producir simulaciones binarias que reproducen el histograma de la F.A.

Método Secuencial Indicador

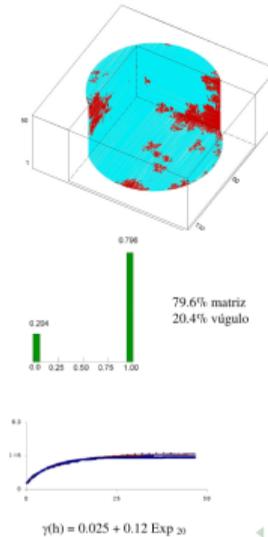
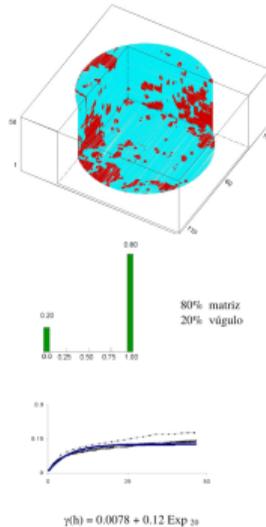
- Usa el *Kriging Indicador* para estimar la función distribución de probabilidad local.
- Requiere del modelo del semivariograma para cada valor de corte especificado por el usuario o como alternativa más eficiente pero menos precisa del semivariograma obtenido para el valor de corte correspondiente a la mediana.

Método Secuencial Indicador

- Permite mezclar fácilmente datos duros con suaves.
- Es un algoritmo muy eficiente
- Su principal dificultad estriba en los problemas de relación de orden del Kriging de los indicadores. Como alternativa se toma en cuenta la correlación cruzada de los indicadores (cosimulación de los indicadores)
- Otro problema es que la calidad de la simulación es sensible al tamaño de la vecindad empleada por el kriging, usualmente demasiado pequeña.

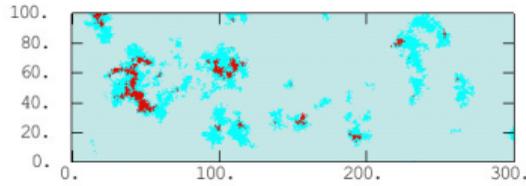
Método Secuencial Indicador

- Simulación de medios porosos vugulares [Casar-González, 2003]
- Tomografía computarizada
- Simulación indicador (derecha)

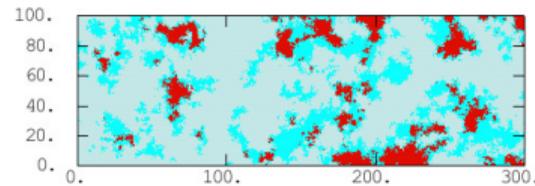


Método Secuencial Indicador

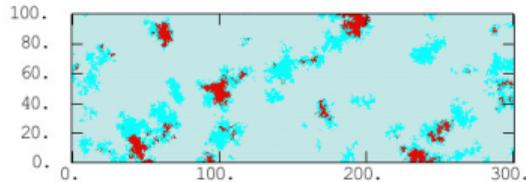
Simulación de medios porosos vugulares [Casar-González, 2003]



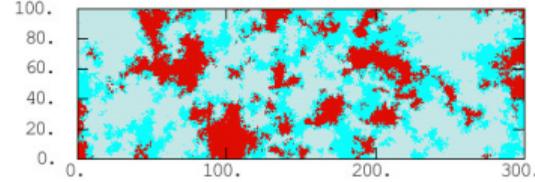
0.9 de matriz, 0.05 de halo de alta porosidad y 0.05 de vugulo



0.6 de matriz, 0.2 de halo de alta porosidad y 0.2 de vugulo



0.8 de matriz, 0.10 de halo de alta porosidad y 0.10 de vugulo



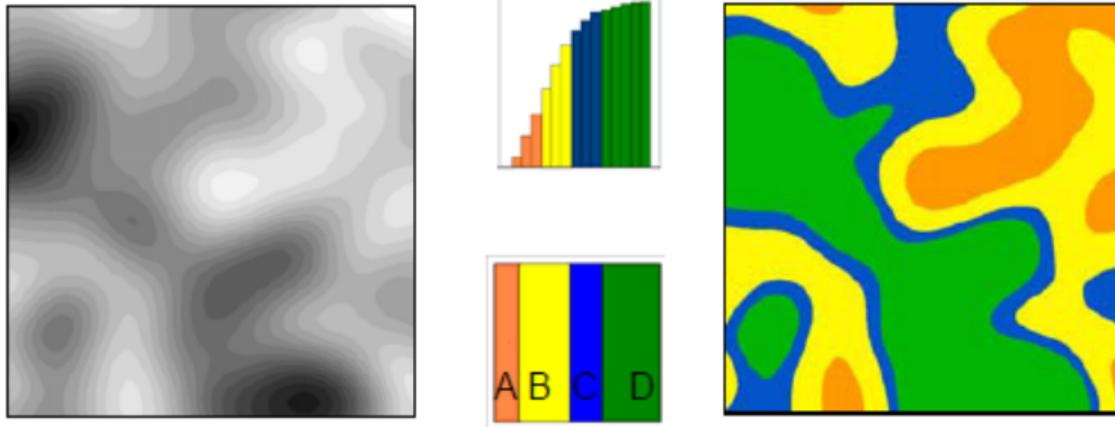
0.5 de matriz, 0.25 de halo de alta porosidad y 0.25 de vugulo

Método Gaussiano Truncado o Monogaussiano

- Desarrollado por [Matheron et al., 1987]. Se basa en obtener realizaciones mediante el truncado de una función aleatoria gaussiana.
- Sea Z una función aleatoria gaussiana estándar estacionaria con covarianza C y variograma γ .
- Considere un indicador o una serie de indicadores que se originan de aplicar uno o mas umbrales a la función aleatoria Z .

Método Gaussiano Truncado o Monogaussiano

- Ejemplo de simulación Gaussiana truncada



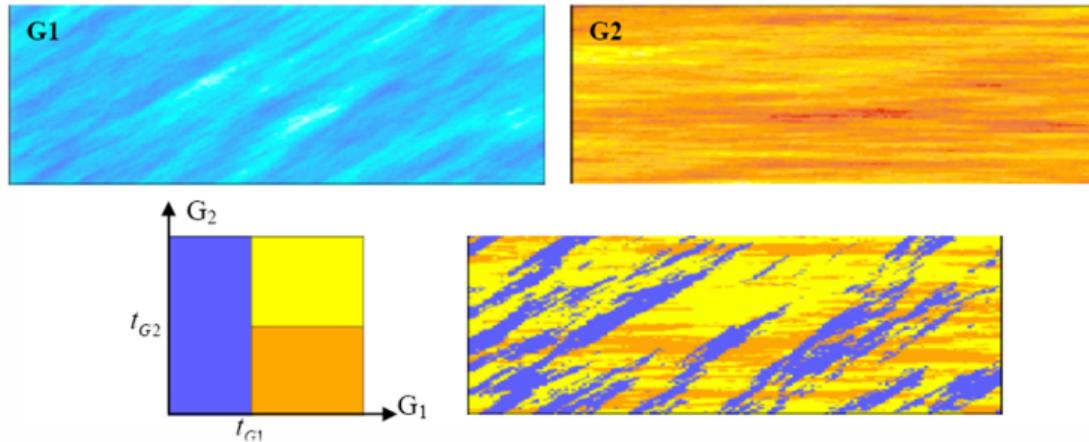
Función aleatoria Gaussiana (izquierda), histograma de la función acumulativa y bandera (centro) y simulación Gaussiana truncada (derecha).

Método Plurigaussiano

- Desarrollado por [Galli et al., 1994]. Se basa en obtener realizaciones mediante el truncado de dos o más funciones aleatorias gaussianas.
- Los ingredientes básicos requeridos para la construcción de una función aleatoria plurigaussiana son:
 - Dos funciones aleatorias gaussianas estandarizadas definidas en una región con funciones de covarianzas dadas. Ambas funciones aleatorias se suponen independientes, aunque relaciones de dependencia entre ellas pueden ser consideradas en ciertos casos.
 - Una familia D_i de subconjuntos de \mathcal{R}^2 que constituyen una partición (bandera). El índice es numérico o categórico.

Método Plurigaussiano

- Ejemplo de simulación Plurigaussiana



G_1 y G_2 funciones aleatorias Gaussianas independientes (arriba), bandera de truncamiento y simulación plurigaussiana resultante (abajo).

Método Booleano o de Objetos

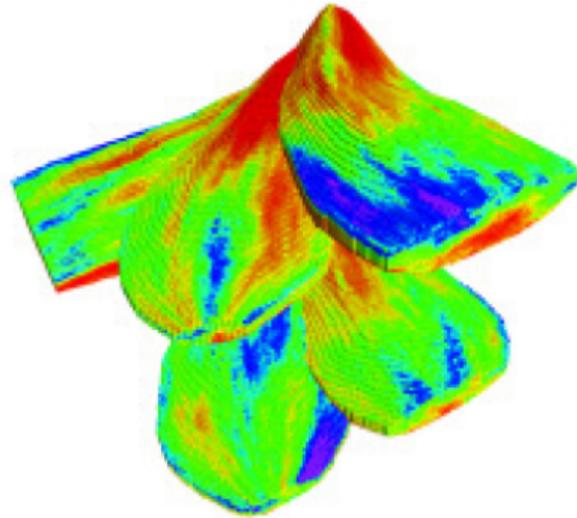
- Los modelos Booleanos son obtenidos por la combinación de objetos colocados en puntos aleatorios.
- Los conjuntos aleatorios pueden ser construidos mediante la colocación de objetos aleatorios independientes en puntos de Poisson y luego tomando su unión.
- Estos modelos pueden ser considerados como procesos puntuales marcados, en el sentido de que están basados en procesos puntuales y marcas asignadas a los puntos del proceso.
- Constituyen una familia de modelos muy flexibles y son en ocasiones usados en base de la interpretación física o geológica la cual define los objetos del modelo particular a ser usado.

Método Booleano o de Objetos

Canales



Lóbulos



Referencias I

[Alabert, 1987] Alabert, F. (1987).

Stochastic Imaging of Spatial Distributions Using Hard and Soft Information.
Stanford University. Department of Applied Earth Sciences.

[Casar-González, 2003] Casar-González, R. (2003).

Modelado estocástico de propiedades petrofísicas.
PhD thesis, Ciudad de México.

[Galli et al., 1994] Galli, A., Beucher, H., LeLoc'h, G., and Doligez, B. (1994).

The pros and cons of the truncated Gaussian method.
In *Geostatistical Simulations*, pages 217–233, Dordrecht, The Netherlands. Kluwer Academic Publishers.

Referencias II

[Journel, 1989] Journel, A. G. (1989).

Fundamentals of geostatistics in five lessons, volume 8.

Wiley Online Library.

[Le et al., 2020] Le, V. H., Díaz-Viera, M. A., Vázquez-Ramírez, D., [del Valle-García], R., Erdely, A., and Grana, D. (2020).

Bernstein copula-based spatial cosimulation for petrophysical property prediction conditioned to elastic attributes.

Journal of Petroleum Science and Engineering, 193:107382.

Referencias III

- [Matheron et al., 1987] Matheron, G., Beucher, H., de Fouquet, C., Galli, A., Guérillot, D., and Ravenne, C. (1987).
Conditional simulation of the geometry of fluvio deltaic reservoirs.
SPE, (1675):123–131.

Agradecimiento especial

Al estudiante de doctorado M. en C. Daniel Vázquez Ramírez, por su desinteresado apoyo en la conversión de esta presentación del curso de Powerpoint a Latex con Beamer.

Gracias por su atención